



اصول اولیهٔ هندسه

و عملیات آن

مخصوص مدارس رشدیه و ابتدائیه

دار الخلافه طهران

تألیف حقیر

ابن الفاضل المرحوم علیمحمد

عبد الغفار

نجم الدوله

چاپ اول

سنه ۱۳۱۷



بسم الله الرحمن الرحیم



الحمد لله رب العالمین والصلوة والسلام علی محمد وآله اجمعین بعد

حقیر فقیر عبد الغفار اصول هندسه مشتمل بر هشت مقاله در سال ١٢٩٢
ترتیب داده و بطبع رسانید مخصوص شاگردان مهندسی و توپخانه و بنا
نظام و سایر طبقات مدرسه مبارکه دار الفنون وان کتاب این
از وقتیکه بنا شد و مدارس ابتدائیه چند در این یکدو سال
مفتوح و دایر شده برای تربیت عموم اطفال و آنها را اصول مقدماتی
منطقی هنوز در دست نیست لهذا بموجب تکلیف منصب معلمی که
که در عموم فنون ریاضی دارد لازم شمرد اصولی در حساب و هندسه
وجبر و مقابله و جغرافیا و تواریخ طبع بنگارد که در همه مدارس دایر
شود در اینک شروع نمود باصول هندسه وانشاء الله تعالی شاگردان
بتدریج

بتدریج منتشر میسازد
اصول هندسه که ما در این رساله مبنا و دیم باندازه فهم شاگردان
تازه کار است چرا که فایده خاصیت دوش هر شکل را بی دلیل بیان
میکنیم و شاگردان از همین اول کتاب بی سخنور استعمال کونیا و نقاله
یاد میگیرند و همچنین انواع ترسیمات را که لازم است در ترتیب دادن
شکل هندسی با ستاره و پرگار

واما قاعده اندازه کردن سطوح را بتفصیل و با دلیل ذکر نموده ایم
طوریکه شاگرد با سانی فرا گیرد و اما در سطور اندازه کردن حجم
اجسام را اجمالا ذکر قاعده علی تنها اکتفا نموده ایم چرا که فهم دلیل آنها
خالی از زحمت نیست

منظور ما این نیست بنماییم که جمیع خواص اشکال هندسی بعنوان براهین
عقل و با دلیل مرتبه استنباط و استخراج نمود از روی چند حکم
واضح که علوم متعارفه گویند بلکه مقصود ما اینست که اطفال را مانوس
نماییم باحکام هندسیه که لازم است در مساحت زمین و اندازه کردن
حجم ظروف و خندق و گود بنجحال وامثال آنها و در چنین مورد باید
دلایل شکلها را اندک اندک وقناعت نمود به کرنوا علمیه و آنها را
از روی امثله چند واضح و روشن نمود

باب اوّل

در اشکال سطحیه

فصل اوّل

در خط مستقیم و زوایا

فقرهٔ اوّل در تعریف اقسام خطوط

آ در تعریف خط چون نوک مداد را بکشیم بر صفحهٔ کاغذی یا بر تخته
و امثال آن علامتی که حادث میشود خط گویند س ۱
و نخ ابریشمی که بر دو دوک [illegible] باز شود [illegible] خط است پس خط اثری
شد که عرضش نسبت بطولش
خیلی کم است

۲ نقطه هر کدام از دو طرف
قطعهٔ خط را نقطه گویند و از آنجا که عرض [illegible] طول ندارد برای نشان دادن
نقطه حرفی در پهلوی آن مینویسند مثلاً و میگویند نقطهٔ ا
و نقطهٔ ب و خط مذکور را س ۱ به دو حرف نشان میدهند که در
دو طرفش گذاشته شده باشد و گویند
خط اب
و نقطه نیز محل تلاقی دو خط است مثلاً

در

وقف [illegible] مرحوم آیت الله [illegible] اعظم [illegible] شعبان ۱۳۰۱

در دو خط مثلاً که اب و جد س ۲ محل تقاطع آنها را که ه است
نقطهٔ فصل مشترک گویند
و موضع خیلی کوچک صفحهٔ کاغذ یا تخته و امثال آن را نیز نقطه گویند
مثلاً اگر در روی تخته را با سوزن یا نوک مدادی نشان کنیم آن موضع
نشان را نقطه و [illegible]
گوئیم س ۳ و برای [illegible]
از سایر اجزاء [illegible]
در پهلوی آن مینویسیم

۳ خط مستقیم دو نقطهٔ ا و ب را س ۴ بر صفحهٔ کاغذ نشان میکنیم
و با سنجاق طرفی نخی را با محکم میکنیم حالا با اقسام مختلف میتوانیم آن
نخ را باز کنیم بطوری که همیشه بر نقطهٔ ب بگذرد و معلوم است طول
[illegible] از نخ که ما بین دو نقطهٔ ا و ب واقع شده بحسب اختلاف اوضاع
اجب و ادب و اهب تفاوت کند اما اگر نخ را بکشیم ما بین دو
نقطهٔ ا و ب خط ما کوتاه تر از سایر اوضاع ما بین این دو نقطه خواهد
شد و چنین خط کوتاه تر را خط مستقیم گویند از این قرار خط
مستقیم کوتاه ترین راه است از نقطه بنقطهٔ دیگر

۴ دستور [illegible] هم خط مستقیم هرگاه از خط

مستقیمی دو نقطه اش ا و ب معلوم باشد وضع ان خط معین و مشخص

میشود و برای رسم خط مستقیم الت ستاره استعمال کنند س ٥

و دستور اینست که ستاره را چنان نگاه دارند که لبه صاف او بکذرد

بر دو نقطه ا و ب و با این وضع از محکم نگاه دارند انوقت مدادی را

با این لبه تکیه دهند و

س ٥

بلغزانندش در طول ستاره و اگر بخواهیم خط بروی تخته سیاه

یا الواح رسم کنیم س ٦ باید نخی بکار ببرد که با گل سفید یا رنکی الوده

باشد و دو نفر ان نخ را بکشند و بر دو نقطه ا و ب ثابت و قائم نگاه

داشته باشند و یکی از ان دو نفر کمر نخ را با دو انکشت بلند کند

بکذارد و رها نماید تا بموجب قوه استقامت از ان نخ بیفتد و صفحه

تخته و لاغ

سفید یا رنکین

روی تخته

نشان کذارد

وان را نقطا

ا ب

س ٦

خط است مستقیم واصل ما بین دو نقطه ا و ب و نجار و ارد کثر و بنا

همین دستور را طرح خط میکنند و تخته و الواح نیز را میبرند الواح را

عوام با صطلاح نجاران الوار کویند)

٥ دستور اندازه کرفتن فاصله ما بین دو نقطه

والت این کار پرکار است وان س ٧ دو میله است فلزی از

اهن یا برنج که دو شاخه یا دو شعبه پرکار کویند و یکطرف

هر دو شاخه به پیکانی منتهی شده و طرف دیکر انها به لولا که

با صطلاح عوام لولا کویند) جمع امده اند و باین واسطه میتوان فتحه پرکار را کم و زیاد نمود حالا در اندازه

کرفتن فاصله ما بین دو نقطه ا و ب یك نوك

پرکار را بعلامت ا میکذاریم و پرکار را می

کشائیم تا نوك دیکر بر ب واقع شود انوقت فاصله

ما بین دو نوك را نقل میکنند بر ستاره که بمیلی

متر منقسم شده (میلی متر یك جزو از هزار جزو متر

است و شرح ان را در علم حساب اورده ایم و دسیمتر ده یك متر است)

تا بحسب عدد فاصله مطلوبه بدست بیاید بنا بجای این کار و

استعمال پرکار خود

ستاره دو دسیمتر

تقسیم شده را استعمال

ا ب

س ٨

کشیده اند و در کنار خط
اب خرابه مینهند با این
طور که صفر تقسیم بر او واقع
شود انوقت طول خط خوانده میشود

۶ **در امتحان ستاره** اگر بخواهیم صحت و سقم ستاره را
معلوم کنیم یعنی بفهمیم که دو کنارش راست
و درست است انرا بر صفحه کاغذی میگذاریم
س ۸ و دو نقطه در کنارش نشان میکنیم
و بعد با مداد نازکی خطی در طول ستاره رسم میکنیم و بعد ستاره را
بر میگردانیم بشرط انکه همان کنار بر همان دو نقطه بگذرد باز خطی
نازک با مداد از ان کنار میکشیم انوقت میبینیم اگر اندو خط بر هم
منطبق شده اند ستاره راست و درست و اگر متفاوت باشند
ستاره اندک خمیده است

س ۹

س ۱۰

۷ **در خط شکسته** و ان خطی است
مرکب از چند خط مستقیم که همگی بر یک
امتداد نباشند مثل خط ابجده ر

س ۱۱

۸ **در خط منحنی** و ان خطی است که

نه مستقیم باشد و نه شکسته مثل خط اب س ۱

فقره دوم در احوال زوایا

۹ **تعریف زاویه (گوشه)** و ان شکلی است صورت گرفته از
دو خط مستقیم که منتهی شوند بنقطه ملتقای خود س ۱
و نقطه ملتقا را راس زاویه گویند و دو خط اب و اج را دو **ضلع**
یا دو **پهلوی** زاویه گویند زاویه را بسه حرف نشان دهند و حرف
میانه دال راس است و دو حرف دیگر دال دو نقطه است از دو
ضلع زاویه مثل زاویه ب اج
هر وقت زاویه تنها باشد انرا همان یک حرف راس نشان میدهند
مثل زاویه ا س ۱۰ مقدار زاویه اصلا بستگی بطول دو ضلعش ندارد
بلی بستگی باندازه فتحه یعنی گشادگی زاویه است فرض میکنیم س ۱۱
که ضلع اب ثابت بماند و اج را میگردانیم بلند از اول انوقت مقدار
زاویه تنزل میکند اگر ضلع متحرک بهمان جهت عقربهای ساعت سیر
کند و ترقی میکند اگر در خلاف ان جهت بگردد

۱۰ در **دو زاویه متساویه** **دو زاویه را**
متساوی گوییم در ان صورت که بتوانیم یکی از انها را در سر دیگری
دیگر منطبق کنیم مثلا در س ۱۲ دو زاویه آ و آ' را متساوی گوییم اگر ند

حالت نقل دوم بر اول

چنانچه راس ح بر راس ا افتد

شود ضلع د ه بر اب ضلع

س ۱۲

در درستی استقامت ح افتد و اگر در درزه بر اح افتد زاویهء د

کوچکتر باشد از ا و اگر در درز بالای اب افتد زاویهء د بزرگتر باشد

از او هرگاه بخواهیم زاویهء برابر زاویهء دیگر رسم کنیم دستور نجاران

اینست که الهٔ استعمال کنند

مرکب از دو ستاره متحرک بدو

نیم شبیه دو شاخهٔ پرگار و انرا

س ۱۳

غلط کونیا گویند س ۱۳ پس از انرا باز کنند بطوریکه دو کنار دو وجهٔ

دو ستاره درستی بیفتد بر دو ضلع زاویهٔ مفروضه انوقت این زاویهٔ

متحرک را نقل کنند بر تخته که بنا زاویه دیگر انجا نقش شود پس با طول

دو خط در کنار دو وجهٔ ان بکشند که مطلوب

حاصل شود

و بعد غلط کونیا میتوان زاویه رسم کرد مثلا

(دو برابر) و سه برابر زاویهء دیگر و نیز زاویه

ساخت برابر مجموع یا تفاوت دو زاویهء دیگر

س ۱۴

واگر

و اگر غلط کونیا درست نباشد میتوانند زاویهٔ هر یک از زوایای

معلومه ببرند همانطور که خیاط نمونه درست میکند و وقت بریدن

لباس روی قماش میبرد و انرا الکو گویند

۱۱ درس زوایای متقابله براس و زاویه متقابل براس

گوئیم هرگاه دو ضلع یکی واقع باشد بر استقامت دو ضلع دیگر مثلا

دو زاویهء ا ه ح و ب ه د را س ۱۵ متقابل براس گوئیم و همچنین

دو زاویهء دیگر ا ه ب و ح ه د را

دو زاویهٔ متقابله براس متساوی هستند چرا که

اگر دو ستاره یا دو چوب دست اد و ب ح میان ایشان را بمیلی

متصل نمائیم و ضلع اد را ساکن نگاه

داریم و ضلع ب ح را دور نقطه

بگردانیم معلوم است درین صورت

س ۱۵

دو قطعه ا ه و ه ح همانقدر از هم دور میشوند که دو استقامت

ه ب و ه د

۱۲ درس زوایای مجاوره و ان عبارتست از دو زاویه که

بر یکدیگر اشتباه یکضلع مشترک داشته باشند و در دو طرف همین ضلع

مشترک واقع شده باشند مثل دو زاویه ب ا د و ح ا د س ۱۱

فقرهٔ ستمه
زوایای قائمه
و زوایای
حاده و زوایای منفرجه

س ١٦

١٣ در دو خط متعامد (عمود بر همدیگر) و زوایا
قائمه هر گاه خطی بر خط دیگر چنان واقع شود که دو
زاویه مجاور محاذیه متساوی باشند آن دو خط را عمود بر همدیگر
گوئیم و آن دو زاویه متساوی را هر کدام قائمه

س ١٥ دو ستاره اب و ج د میگیریم و با میلی نقطه ج ستاره اول را
ثابت میکنیم بر نقطه ج ستاره دوم طوریکه بتواند آزادانه دور ج
بگردد خط ج د را همچو با هم دو ج ا اتوفیق میگردانیم بسمت حرکت
عقربهای ساعت (بسمت ...) پس زاویه ا ج د که ابتدا خیلی کوچکتر
از زاویه د ج ب میباشد خرده خرده میافزاید
تا وقتیکه خط ج د بمحل ج ر برسد آن وقت بزرگتر
شود پس معلوم است که در اثنای آن موضعی خواهد
بود مثل ج ه که اینجا چنین شود ا ج ه = ب ج ه
و درین صورت گوئیم که خط ج ه عمود باشد بر

س ١٧

اب و دو زاویه ا ج ه و ب ج ه قائمه اند
و گاهی ج ه را شاغول گوئیم نسبت به
اب یا گونیا و زاویه نیز گوئیم
که ج ه مثلش نسبت به هیچکدام از ا
ج و ج ب که استقامت او نیست یاد نیز
نیست

س ١٨

س ١٩

ع ١ اگر ورق کاغذی را در طول ج ه تا کنیم قطعه ا ج ه از آن ورق
درست میپوشاند قطعه ه ج ب را و از این دو میفهمیم که آن دو
زاویه قائمه خیلی آسان است پس س ٢١
ورق کاغذی را دو تا کنید طوریکه کنار اب اش درست راست
باشد بعد از آن چهار تا کنید طوریکه قطعه ب ه از اب درست بیفتد
روی قطعه دیگر ا ه آن وقت زاویه ا ه ج قائمه میشود

١٥ گونیا س ١٧ تخته ایست که یکی از زوایایش قائمه باشد و شرط
اینست که صفحه ضلعش درست راست باشد و ضلع ب ج مقابل
بزاویه قائمه را وتر گونیا گویند و در گونیا اغلب سوراخی
بسازند که باعث آسانی استعمالش باشد در روی کاغذ

ع ١ زاویه حاده آن زاویه باشد که کوچکتر از قائمه مثلا

زاویهٔ ب راس ۱۸ ا خاده کونیم
۱۷ زاویهٔ منفرجه آن زاویه
است که از قائمه مثل زاویهٔ ج
س ۱۹ فقرهٔ چهارم
در رسم عمود بمدد کونیا
۱۸ مسئله ۱ از نقطهٔ واقعه
بر خطی مستقیم بخواهیم عمودی بر
آن خط اخراج کنیم جواب فرض

س ۲۵

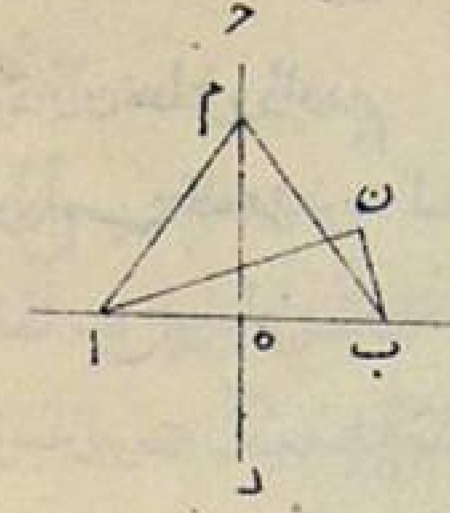
کنیم که اب خط مفروض باشد س ۲۰ و ا نقطهٔ مفروضه بر این خط پس
ضلع اج کونیا را برکارکی چنان قرار دهیم که راس زاویه
قائمه بر نقطهٔ ا واقع شود آنوقت با مداد خطی در طول اب بکشیم
که عمود مطلوب است و اگر بخواهیم چند عمود بر نقاط مختلفه
م و ن ... از خط وارد آوریم دستور العمل اینستکه ستاره برکی
قرار دهیم و بعد ضلعی از زاویهٔ قائمه کونیا را بر آن ستاره تکیه
دهیم و بلغزانیم در کنار ستاره تا راس زاویهٔ قائمه به یکی از آن
نقاط ک و ل ... آنوقت خطی در کنار اد کونیا میکشیم
۱۹ مسئله ۲ از نقطهٔ مفروضه در خارج خطی بخواهیم

عمودی

عمودی بر آن خط فرود آوریم
جواب خط مفروض ک ل و
نقطه فرض س ۲۱ پس ضلعی از زاویهٔ قائمه
کونیا را بر ک ل تکیه میدهیم ستاره

س ۲۱

بر ضلع اطول آن و بعد کونیا را میلغزانیم تا اینکه ضلع دوم اب از زاویه
قائمه بکنار د بر نقطهٔ مفروضه پس خطی در کنار اب میکشیم که عمود
مطلوب است
۲۰ تنبیه چون دو عمل مذکور را مجری داریم ضمنا ملتفت میشویم
که اولا از نقطهٔ مفروضه بر خطی بیش از یک عمود نتوان بر آن خط اخراج
نمود ثانیا از نقطهٔ مفروضهٔ خارج خطی
بیش از یک عمود نتوان بر آن خط فرود آورد
۲۱ در خطوط مایله هرگاه از نقطهٔ ح مفروضه در
خارج خط اب س ۲۱ عمود ح د را بر آن خط فرود آوریم پس هر خطی دیگر
مثل ح ه را که از همان نقطه خارج شود و منتهی گردد بخط مفروض
مایل گوییم و آنوقت بمدد پرکار خواص ذیل محقق میشود
اولا طول عمود کوتاه‌تر باشد از هر خط مایلی
مثل ح د کوتاه‌تر است از ح ه



پس این نکته طبعاً بذهن میرسد که
فاصله نقطه را از خطی یعنی طول عمود
بدانیم که از آن نقطه بر آن خط وارد شده
ثانیاً هر دو مایل شکل ح ه و ح ز که بیک
اندازه از موقع عمود یعنی د دو طرف
دور گشته باشند متساوی هستند مثلاً اگر فاصله د ه برابر د ز باشد
دو مایل ح ه و ح ز بیکطول باشند
ثالثاً از دو مایل ح ه و ح ح مختلف البعد از موقع
عمود آنکه بعدش بیشتر است بلندتر است
مثلاً اگر فاصله د ه کوتاه تر باشد از د ح گوئیم مایل ح ه کوتاه تر است
از ح ح
رابعاً اگر از نقطه ه وسط خط اب عمود د را بر آن خط
اخراج کنیم س ۲۳ هر نقطه مثل
م را که بر آن عمود فرض کنیم مساوی
البعد است از دو طرف آن
خط و هر نقطه مثل ن را که
در خارج عمود فرض کنیم

س ۲۳

مختلف

مختلف البعد است از همان دو طرف و با پرگار
زود معلوم میشود که ا م برابر است با ب م و ا ن بزرگتر است از
ب ن

فصل دوم
در احوال دایره
فقره اول بعضی تعریفات و ترسیم دایره

۲۲ تعریف ۱ محیط دایره خطی است منحنی مسطح و مسدود
که جمیع نقاطش بیک فاصله باشند از یک نقطه درونش که مرکز گوئیم
دستور ترسیم دایره اینست که بر صفحه کاغذی یکی از دو نوک پرگار
گشاده را تکیه دهیم و الزاماً بعد از آن نقطه ساکن بگردانیم طوری که
نوک خط کش از کاغذ جدا نشود پس آنچه تشکیل میشود س ۲۳ دایره است
چرا که جمیع نقاط بیکفاصله باقی مانده اند از نقطه ساکنه که مرکز
نامیم
۲۳ تعریف ۲ نصف قطر یا شعاع دایره عبارتست از فاصله
ما بین دو نوک پرگار و یا فاصله مرکز است از یکی از نقاط
محیط دایره
محیط دایره را از روی شعاعش نمایند بدو حرف که حرف مرکز و نقطه

نوشته شود مثال خط ه ا یعنی دایره که رسم شده باشد مرکزش ه بشعاع ه ا

۲۴ تعریف نیم قطر دایره عبارتست از قطعه خط به س ۲۳
که کشیده باشد از مرکز دو طرف منتهی شده باشد بمحیط و قطر ضعف
شعاع است و محیط دایره را بدو قسمت متساوی منقسم مینماید

۲۵ تعریف قوس قطعه ایست از محیط و از اسم حروف نشان
دهند که در دو انتهای طرفین گذاشته شده و حرف وسط بر محیط س ۲۳ مثل
قوس ا د ب

۲۶ تعریف وتر خطی است واصل ما بین دو طرف قوس و گوییم قوس
ا د ب موتر است بوتر ا ب س ۲۳ و بآلت پرکار میتوان زود معلوم کرد
که در دایره قطر بلندتر است از جمیع وترهای آن

۲۷ تعریف دایره قطعه سطحی است مستوی که بمحیط منتهی گشته و دو
غیر معین اشباه دایره گوییم و محیط ازا
قصد کنیم

۲۸ تعریف قطاع جزو ایست از سطح دایره
محصور ما بین دو شعاع مثل ا د ب س ۲۳

۲۹ تعریف قطعه جزو ایست از سطح دایره
محصور ما بین قوس و وترش مثل سطح

س ۲۴

ا د ب

ا د ب

۳۰ ترسیم دایره بر روی کاغذ در این عمل علاوه بر پرکار
نوک خشک باید پرکاری خط کش و مداد کش نیز حاضر داشته باشیم
س ۲۴ و آن برابر وضع است که میتوان یک شاخه خشک را بدل کرد بخط
کش یا مداد کش که با پیچ سخت میکنند

هرگاه مرکز و شعاع دایره معلوم باشد و بخواهیم با پرکار آنرا رسم کنیم
قاعده اینست که نوک خشک پرکار را بر مرکز تکیه دهیم و شاخه دیگر
آنرا بقدری باز کنیم که فاصله ما بین دو نوک برابر شعاع معلوم باشد
آنوقت پرکار را بدور نوک ساکن بگردانیم طوری که نوک خط کش یا
مداد کش بارها بروی کاغذ سیر کند و باید این نکته را ملتفت بود
که وقت ترسیم دایره رسم است سر پرکار را بدست بگیرند و ابدا
فشار به دو شاخه آن ندهند والا شعاع تغییر میکند یعنی
مرسوم بسته میشود و همچنین نوک خشک پرکار را زیاد فشار ندهند
والا کاغذ را سوراخ میکند

هر وقت بخواهیم دایره با مرکب بکشیم با یکمرتبه دور دندانه خط کش یک
دفعه روی کاغذ بگردد و راه این کار آنستکه زانوی آنرا که اندک
بالاتر از نقطه میان قد خط کش است اندکی تا کنیم و زانو را

متصل بهم کوبند

٣١ ترسیم دایره بزرگی با طناب

س ٢٥

هروقت شعاع دایره خیلی بزرگ باشد
عوض پرکار طنابی استعمال کنیم که دو میخ
کره با حلقه داشته باشد پس یک کره را
متصل میکنیم بمیخ یا بچیزی که بر مرکز دایره نصب شود و در کره دیگر
مداد یا میخ متحرکی وارد میکنیم و باید ملتفت بود که طناب بروی مداد
سوار نشود و مداد را قائم کرفت نسبت بسطحی که باید دایره بر او رسم شود
و همیشه باید طناب را بیک هوا کش داد

بوقت کشیدن دایره بر پرده پرکاری خاصی نداشته باشیم پاره ریسمانی
یا نخی کفایت میکند که بر یک طرفش میخ زنیم و با ناخن ابهام دست
راست نکهداریش میدهیم بر نکته کل سفیدک و با ابهام دست چپ نقطه از
ریسمان را بر مرکز دایره ساکن قرار میدهیم و ریسمان کشیده را بدور این مرکز
میکردانیم

٣٢ ترسیم دایره با دست. ناخن انگشت شهادت را

باید بر مرکز دایره گذاشت و انگشت را قائم نکاه داشت و مداد را مابین
این انگشت و ابهام ساکن کرفت و بعد ورق کاغذ را بدور این مرکز

کردانید نوک مداد دایره را رسم میکند

فقره دوم در خواص عمده دایره

س ٢٦

اندرون تعریف دایره و دستور ترسیم آن
چنین نتیجه میشود که هرکاه انرا بدور مرکز
خود بکردانیم همواره در خط خود میماند
هرگاه از خط خود خارج نمیشود چنانچه اگر بر صفحه مقوائی دایره رسم کنیم
و آن مقوا را در طول محیط ببریم جزو قسمت باقی و مجوف معروف دو
دایره هستند یک شعاع دارند اولی در درون دومی بیچ خورده تا آنکه
بعد از رفتن در تمام دوره از او جدا شود و فایده این خصوصیت
دایره که تعلق بهیچ منحنی دیگر ندارد در چندین مورد بکار میاید مثل
بستن سر بطری با قدام خود و بستن شیرآب انبار
و از فقره مذکوره خواص ذیل استنباط میشود

٣٣ قضیه اول — در یک دایره یا دو دایره متساویه

اگر دو قوس متساوی
جدا کنیم دو وتر
آنها برابر میشوند
مثلا در یک دایره س ٢٦

س ٢٧

دو قوس ا م ب و ج ن د را متساوی گرفته‌ایم و مساوی‌اند قوس اول را
دور مرکز بگردانیم تا واقع شود بر ج ن د آنوقت دو طرف این قوسها
یکی میشود و دو وتر ا ب و ج د بر روی هم می‌افتند و برابر میشوند

تنبیه - هر قدر قوسی بزرگتر شود طول وترش بلندتر میشود
بشرط آنکه قوسها از نصف محیط کوچکتر باشند و بنا براین اگر در یک
دایره یا دو دایره متساوی دو وتر بیک طول رسم کنیم دو قوس
مقابل آنها برابر میشوند

از قضیه این خاصیت میتوان دید که در یک دایره با پرگار قوسی جدا نمود برابر مجموع
دو قوس دیگر یا برابر تفاضل آنها و قوسی جدا نمود باندازهٔ دو برابر و سه
برابر قوس دیگر

۳۴ - قضیه دوم - در یک دایره یا دو دایره متساوی دو وتر
متساوی الطول بیک فاصله باشند از مرکز

فرض میکنیم ش ۲۷ در دو دایره ه و ه' که بیک
شعاع رسم شده دو قوس ا ب و ا' ب' متساوی
باشند گوئیم که عمود ه ج وارد از مرکز
بر ا ب مساوی است با عمود ه' ج' وارد از
مرکز ه' بر ا' ب' چه اگر مرکز ه' دایره یکدیگر

چون دو دایره متساوی هستند بر هم منطبق میشوند آنوقت دایره ه'
را بدور ه میگردانیم تا وتر ا' ب' بیاید و در سمت بر ا ب واقع شود
چونکه هر دو را برابر فرض کردیم آنوقت عمود ه' ج' موافق ه ج بر
ج واقع میشود

تنبیه - اگر دو وتر غیر متساوی باشند آنکه بلندتر است
بمرکز نزدیکتر میشود

۳۵ - قضیه ۳ - در دایره قطری که عمود میشود بر وتر
نصف میکند آن وتر و دو قوس موتر خود را

خط ا ب آن وتر باشد ش ۲۸ و ه م عمود وارد از مرکز بر آن وتر گوئیم
این دو سه شئی صحیح است ا د = ب د و قوس ا م = قوس م ب و قوس ا ن
= قوس ن ب چه اگر شکل را در طول
قطر م ن تا کنیم چنانچه نصف دایره م ا ن
بر نصف دایره م ب ن منطبق شود و چون
دو زاویه بر د قائمه‌اند نقطه د ا بر سمت
د ب واقع میشود و نقطه ا بر جائی از د ب می‌افتد تا نقطه ا چون خود
نصف دایره م ا ن است باید بر نقطه از نصف دایره م ب ن افتد
پس نقطه ا لابد بر ب واقع میشود و آنوقت اد = د ب و چون در ضمن

این حرکت نقطه م ساکن مانده قوس ام منطبق میشود بر قوس بم پس نقطه م بر وسط قوس اب باشد و بهمین دلیل نقطه ن بر وسط قوس ان باشد

فقره ۳ در تقسیم دایره و آلت نقاله

۳۶ - در علم حساب ذکر نموده ایم که هر دایره را اغلب به ۳۶۰ جزو متساوی قسمت کنند و هر قسمت را درجه گویند و هر درجه را به ۶۰ دقیقه قسمت کنند و هر دقیقه را به ۶۰ ثانیه

پس در هر دایره تمام عدد قوسهائی که هر کدام معادل یک دقیقه باشد اینست ۲۱۶۰۰ = ۶۰ × ۳۶۰ و بنا بر این عدد قوسهای یک ثانیه گرد آن دایره یک چنین میشود ۱۲۹۶۰۰۰ = ۶۰ × ۲۱۶۰۰

و عادت بر این جاری است که هر قوسی مثل اب را در محیط دایره بعدد درجات و دقایق و ثوانی که شامل باشد بنمایند و گویند قوس اب شامل ۵۲ درجه ۲۴ دقیقه ۳۹ ثانیه است و باینطور نویسند اب = ۵۲ جه ۲۴ قه ۳۹ یه

و علامت درجه حه است یا ه که در بالای عدد درجات نویسند و علامت دقیقه قه یا (′) و علامت ثانیه یه یا (″) و چون دقایق و ثوانی ساعت را هم بهمین علامات مینمائیم باید ملتفت باشند که

اشتباهی واقع نشود

و عدد درجات نصف دایره اینست ۱۸۰ = ۳۶۰/۲

و عدد دقایقش اینست ۱۰۸۰۰ = ۶۰ × ۱۸۰

و عدد ثوانیش اینست ۶۴۸۰۰۰ = ۶۰ × ۱۰۸۰۰

و عدد درجات و دقایق و ثوانی ربع محیط اینست

۱۸۰°/۲ = ۹۰° = ۵۴۰۰′ = ۳۲۴۰۰۰″

و گوئیم ربع دایره معادل ۹۰ درجه است

۳۷ - مسئله - هرگاه طول قوسی را بحسب درجات و دقایق و ثوانی در دست داشته باشیم میخواهیم بدانیم که چه کسری است از محیط دایره و بعبارة اخری نسبتش از محیط معلوم کنیم

جواب - فرض میکنیم قوس اب معادل ۱۷ جه ۱۳ قه ۳۰ یه باشد و چون از ثوانی تحویل کنیم چنین میشود اب = ۶۲۰۱۰ ثه

پس اگر قوس اب معادل یک ثانیه بود نسبتش با محیط چنین میشد ۱/۱۲۹۶۰۰۰ و چون شامل ۶۲۰۱۰ ثانیه است نسبت دو قوس چنین میشود اب/محیط = ۶۲۰۱۰/۱۲۹۶۰۰۰ = ۶۲۰۱/۱۲۹۶۰۰ = ۲۰۶۷/۴۳۲۰۰

و همین قوس را اگر بربع محیط نسبت دهیم کسری میشود چهار برابر

مذکور باین صورت

$$\frac{\text{اب}}{\text{ربع محیط}} = \frac{62010}{324000} = \frac{6201}{32400} = \frac{2067}{10800}$$

۳۸ - قضیه - دایره مفروضه باجزای متساویه چند
قسمت شده پس اگر از نقاط تقسیم خطوطی بمرکز وصل نمائیم
این اشعه محیط دایره دیگر را که بهمان مرکز باشد نیز باجزای
متساویه چند قسمت نماید

س ۲۹

مثلا در دو دایره متحدالمرکز ه ا و ه ا'
بر اقلی قوسهای متساویه اب و ب ج
و ج د را نشان میکنیم پس اشعه ه ا و ه ب

س ۳۱

و ه ج بر محیط کوچکتر قوسهای ا'ب' و ب'ج' و ج'د' متساوی جدا میشود که
و از این روی معلوم میشود که اگر دایره را بدرجات قسمت نموده باشیم
میتوانیم دایره دیگر را که هم شعاع باشد از آن روی آسان بدرجات
قسمت نمود و چنین دایره تقسیم شده را آلت نقاله گوییم
۳۹ - آلت نقاله یا با زاویه ران نصف دایره است ساخته
طلقی یا برنجی که باجزای درجات و نیم درجه قسمت شده باشد س ۳۰
و بیشتر اوقات محیط آنرا از چپ براست هر ده عدد نوبتی می کنند از
۰ تا ۱۸۰ و فائده این صرف آنست که آلت را بنکو زاییم و مرکز بر نقطه

تقاطع قطر (۰ - ۱۸۰) و شعاع (۰ - ۹۰) است و این دو خط
را در نقاله‌های شاخی تمام می کشند و اما نقاله‌های برنجی س ۳۱
مجوف اند چند مسند بری را که

س ۳۰

ما بین دو محیط محصور میشود
لب آلت گوییم و تقسیمات دایره
در روی همین لب درج شده
و مرکز دایره وسط خط (۰-۱۸۰) به سوراخ کوچکی نشان نموده اند.

فقره چهارم - در مقیاس زوایا از روی قوسها

۴۰ - حد زوایای مرکزیه - چون دایره را بدرجات قسمت کنیم و نقاط
تقسیم را بمرکز وصل کنیم ۳۶۰ زاویه متساویه حاصل شود که هر کدام
را زاویه یکدرجه گوییم و زاویه ۲ درجه آنست که ما بین دو ضلعش
قوسی باندازه ۲ درجه باشد و آن درست مضاعف زاویه
۱ درجه است و زاویه ۳ درجه آنست که ما بین دو ضلعش قوس ۳ درجه
واقع باشد و آن درست سه برابر زاویه ۱ درجه است و همکذا و زاویه
قائمه ما بین دو ضلعش قوس ۹۰ درجه مندرج است و نصف زاویه
قائمه زاویه ۴۵ درجه است
و از آنچه در (۳۸) ذکر نمودیم نتیجه میشود که اگر راس زاویه را

بوم کرده یکدیگر را ببینیم عدد درجات قوسی که ما بین دو ضلعش محصور میشود همیشه یکی است اعم از آنکه شعاع دایره را بزرگ بگیریم یا کوچک و هم وقت عدد درجات زاویه در دست معین باشد مقدار آن زاویه معلوم است

۴۱ — مسئله اول — زاویه مثل ا ه ب در دست است میخواهیم با نقاله معلوم کنیم که چند درجه است و چند یک درجه در آن میگنجد

جواب — قطر (ه — ۱۸۰) الف نقاله را (س ۳۲) بر طول ه ا قرار میدهیم چنانکه مرکزش بر نقطه ه واقع شود آنوقت ملاحظه میکنیم که ضلع دوم ه ب زاویه بر کدام خط قسمت لب محیط افتد پس عدد درجات واقعه ما بین دو ضلع ه ا و ه ب یعنی عدد مطلوب است پس اگر آن عدد ۵۳ باشد گوییم که مقدار زاویه ۵۳ درجه است

الآن نقاله خوب که طول شعاع شان یک دسیمتر باشد اغلب بر نیم درجه قسمت شده اند و از روی آن میتوانیم مقدار زاویه مرسوم را تا نیم درجه تقریباً معلوم کنیم

۴۲ — مسئله دوم — دو زاویه در دست است میخواهیم نسبت ما بین آنها را معلوم کنیم

جواب مقدار هر کدام را با نقاله معلوم میکنیم پس خارج قسمت عدد درجات یکی بر دیگری عدد مطلوب است

مثلاً اگر ا ه ب = ۶۰ و ا' ه' ب' = ۴۵

نسبت دو زاویه چنین میشود $\frac{اهب}{ا'ه'ب'} = \frac{۶۰}{۴۵} = \frac{۴}{۳}$

و بعبارة اخری ا ه ب شامل چهار برابر زاویه است که در سه مرتبه در ا' ه' ب' گنجیده باشد و اگر نسبت را معکوس بگیریم چنین میشود

$$\frac{ا'ه'ب'}{اهب} = \frac{۳}{۴}$$

یعنی ا' ه' ب' در دست شامل است سه برابر ربع زاویه ا ه ب را

تنبیه — زاویه قائمه را واحد قرار گرفته اند و بنا براین اندازه گرفتن زاویه عبارت است از یافتن نسبت آن به زاویه قائمه پس همین قدر کافی است که بفهمیم چند مرتبه زاویه ۹۰ در آن میگنجد و آن عدد را بر ۹۰ قسمت کنیم مثلاً زاویه ا ه ب اگر ۳۰ درجه باشد چنین میشود

$$\frac{اهب}{ا قائمه} = \frac{۳۰}{۹۰} = \frac{۱}{۳}$$

پس زاویه ا ه ب ثلث زاویه قائمه است .

۴۳ — مسئله سوم — میخواهیم (س ۳۲) از نقطه ه بر خط ه ا زاویه ۵۰ درجه رسم کنیم مرکز نقاله را بر نقطه ه میگذاریم و قطر (ه — ۱۸۰) را در طول ه ا و بعد در روی تقسیمات لب آن را از سمت چپ نمره

[illegible]

ه را طلب میکنیم و نیز میتوان از روی کاغذ مکان این قسمت بر هم نهاده
دهیم و نقطه الف را بر نقطه ب و ه ح را وصل میکنیم پس ب از اویه مطلوبه
میتوان نمود نقطه الف از نقطه ه عمودی بر خط ه ا اخراج نمود باین
طور که الف را بسیار دور مذکور قرار دهیم و در کنار نقطه ۹
نقطه نشان کنیم پس خط واصل ما بین نقطه دوم و نقطه اول
عمود مطلوب است

۴۴ مسئله چهارم — زاویه رسم هندسه در دست است زاویه
درجات) میخواهیم با پرکار از نقطه بر خط معلومی زاویه بهمان
اندازه رسم کنیم

جواب — فرض میکنیم
ا زاویه مفروضه باشد
س ۳۳ و ده خط معلوم

س ۳۳

و غرض نقل زاویه است بر نقطه د یعنی بر نقطه د نسبت بر ده زاویه
ر د ه را برابر ب ا ح بنمائیم پس اگر غلط کونیای در دست داشته
باشیم دو شاخه اش را چنان میگذاریم که لبه های دو ضلعش واقع
شوند بر دو ضلع اب و اح از زاویه ا و بعد آن را چنان نقل
کنیم که یکی از آن دو لب در روی نکته کند بر ده بنابر آنکه راس
زاویه بر نقطه د بماند انوقت نوک مقابل را در طول لب دیگر

دوم

دوم میلغزانیم و خط د ر را رسم میکنیم
و اگر غلط کونیا حاضر نباشد با پرکار بمرکز ا و بشعاعی اختیاری که
هر قدر ممکن است بزرگ باشد قوس ب ح را ما بین دو ضلع زاویه
معلوم رسم میکنیم و بعد بدون آنکه تغییر کند و با همان شعاع قوس ه ح را از ابتدا
از د ه رسم میکنیم و بعد با پرکار طول وتر ب ح را میگیریم و آنرا
از ه تا ر نقل میکنیم و د ر را وصل میکنیم و ان ضلع دوم زاویه
مطلوبه است

زیرا که دو قوس ب ح و ه ر متساوی هستند چون بیک شعاع
رسم شده اند و وترشان متساوی میباشد (س ۳۳) پس اگر که
از این دو قوس را بر دیگری نقل کنیم میتوان نقطه د را برا
او ر د و نقطه ه را بر ب و نقطه ر را بر ح انوقت دو زاویه
د متساوی میشوند

فقره پنجم
در مسائل هندسه که بمدد پرکار تنها حل میشود

۴۵ — مسئله اول — میخواهیم از نقطه خطی بمدد
پرکار عمودی بر ان خط وارد آوریم
جواب — اب خط مفروض است (س ۳۴) و م نقطه مفروضه

بر آن خط عرض وارد ساختن عمود
م ن است از نقطه م بر اب عموداً
فرض میکنیم که این عمود م ن لخواج شده
باشد و دو نقطه ا و ب را بیک
فاصله از موضع م عمود بگیریم و دو قمایلن ا و ن ب متساوی
میشوند چون متساوی البعد اند از موقع عمود و از دو این نقطه
ظاهر میشویم بدستور العمل ذیل
از دو طرف م دو فاصله ا م و م ب را بیک اندازه جدا میکنیم و
از دو مرکز ا و ب بفاصله اختیاری تا بزرگتر از م ا دو قوسی
کوچک رسم میکنیم تا بر نقطه ن متقاطع شوند و خط ن م را وصل
میکنیم که عمود مطلوب است

۴۶ - مسئله ۲ از نقطه واقعه در خارج خطی میخواهیم
بمدد پرگار عمودی بر آن خط فرود آوریم
جواب - فرض کنیم اب آن خط باشد
س ۳۵ و م نقطه مفروضه در خارج
آن خط و مقصود فرود آوردن
عمودی است از این نقطه بر اب

از مرکز م بفاصله اختیاری قوسی رسم میکنیم تا اب را بر دو نقطه
ا و ب قطع کند و بعد از مرکز ا و ب و بهمان شعاع (که بیش باشد یا کم)
دو قوس کوچک رسم میکنیم تا بر ن متقاطع شوند پس خط م ن عمود
مطلوب است چرا که نقطه ن چون بیک فاصله است از دو نقطه ا و ب
لابد مکانش بروی عمودیست که بر وسط اب وارد شده باشد همچنین
نقطه م که از سابق بیک فاصله بود از ا و ب پس م ن عمودیست وارد بر
وسط ا ب

۴۷ مسئله ۳ میخواهیم خط معلومی را نصف کنیم یعنی
نقطهٔ وسط انرا معین کنیم جواب خط مفروض
اب است س ۳۶ که نقطه وسطش مطلوب است از دو مرکز ا و ب و بشعاع
بیش باشد دو قوس در بالا و زیر
اب رسم میکنیم تا متقاطع شوند
بر دو نقطه ح و د انوقت ح د را
وصل میکنیم و آن عمودیست بر
وسط اب و نقطه ه که در اینجا
اب را قطع میکند وسط اب است
چرا که موافق عمل دو نقطه ح و د بیک فاصله اند از ا و ب پس هر دو واقع

باشند (س ۲۱) وابتدا عمودی وارد بر وسط اب وخط حد واصل ما بین
انها خود عمود است
از روی این عمل بدقت تمام نقطه وسط خطی بدست می آید وخیلی ترجیح
دارد بر قاعده استقرائی که معمول به ارباب صنایع است مثل نجار ومذهب
ونقاش وغیره

۴۸ مسئله ۴ زاویه در
دست داشته میخواهیم
نصف کنیم جواب زاویه
نصف کردنی ب ا ح است
(س ۳۷) پس از مرکز ا وبشعاع
ب ح را ما بین دو ضلعش رسم
میکنیم پس اگر این قوس ب ح را بر نقطه د نصف کنیم خط اد زاویه را
نیز نصف میکند وانرا منصف الزاویه گویند واما یافتن وسط قوس
ب ح که نقطه د باشد همین قدر بس است در اینکه عمود وارد از مرکز دایره
بر وتر قوس هم وتر را نصف میکند (س ۳۵) پس ما را هر شد بدشود
وارد ساختن عمود ه از نقطه ا بر وتر ب ح وان این است
چون بشعاعی قوس ب ح را ما بین دو ضلع زاویه رسم نمودیم

رسم کردیم از دو مرکز ب و ح و بیک شعاع دو قوس کوچک رسم می
کنیم تا بر نقطه ه متقاطع شوند پس خط اه منصف الزاویه مطلوب است

فصل ۳
تعریفات و دستور ترسیم اشکال کثیر الاضلاع

فقره اول در خطوط متوازیه

۴۹ تعریف دو خط مستقیم مرسوم بر صفحه مستوی
را متوازی گوییم در انصورت که هر قدر رو
امتدادشان دهیم نتوانند بهم یکدیگر برسند
مثلا دو کنار مقابل ورق
کاغذ و میز و دیوار اطاق
متوازی هستند مختصر دو
خط متوازی همین است که رد عمود
بر خطی اخراج کنیم مثل دو خط
اب و ح د که در صفحه کاغذ (س ۳۸)
عمود نموده ایم بر خط اح متوازی هستند چرا که اگر بهم میرسیدند
میتوانستیم از نقطه فصل مشترک شکل دو عمود مثلا بر اح فرود اوریم

واین محال است

٥٠ مسئله میخواهیم از نقطه مفروضه بتوسط ستاره
وگونیا خطی بموازات خط دیگر رسم کنیم جواب نقطه مفروضه
م است وخط ا ب ضلع ا ب از زاویه
قائمه گونیا ا ب ا ج را در کنار ا ب
میگذاریم و بعد لب ستاره ج
را در کنار ضلع ا ج و ستاره را
بر کاغذ میفشاریم که حرکت نکند
گونیا را در کنار ستاره میلغزانیم
تا انقدر که کنار ا ب بر نقطه مفروضه م بگذرد گونیا را انجا ساکن نگاه
کنیم و با مداد خط م ن را رسم میکنیم وان متوازیه مطلوب است
چرا که ا ب و م ن دو عمودند بر یک خط که لب ستاره ج ا باشد
عملی که گونیا میدهد و گونیا میتوان جاری نمود وان وقت لبه یکی از
اندو در حکم ستاره است
چون گونیای ا ب ج را در کنار ستاره بلغزانیم هر جا بلغزانیم کنار ا ب موازی
خود میماند و میتوانیم خطوط متوازیه بجهت نقشه لب رسم کنیم

٥١ تنبیه دو خط مستقیم متوازی همه جا

بیک

بیک فاصله اند از همدیگر
دو خط متوازی ا ب است
و ج د س ٤٠ و ه ح فاصله
نقطه ه است از ا ب و د ط فاصله نقطه د است از ا ب و با پرگار زود
معلوم میشود تساوی ه ح با د ط از این خاصیت خیلی فایده میبریم
وقتیکه میخواهیم بر صفحه نقشه بزرگی خطوط متوازیه بلند رسم کنیم
چرا که اگر به نقاط مختلف ح و ط .... از خط ا ب س ٤٠ عمودهای
ح ه و ط د .... بیک طول اخراج کنیم طرفهای ه و د و ... همگی واقع
میشوند بر موازی ا ب که از طرفین بیک عمود نسبت انرا رسم نموده باشیم

فقره ستم در خواص مثلث و ذو اربعه اضلاع

٥٢ مثلث وان پاره سطحی است مستوی محدود به سه خط مستقیم که دو
بدو متلاقی شده اند و منتهی گشته اند
به سه نقطه ملاقات خود
در مثلث ا ب ج س ٤١ شش اصل موجود است
سه ضلع ا ب و ا ج و ب ج و سه زاویه ا و ب
و ج و رئوس این زوایا ا و ب و ج رئوس
مثلث شمرده میشوند و در همه مثلثات چند مثلث ممتاز باشند

اول مثلث قائم الزاويه وان
صاحب يک زاويه قائمه است س ۱۴۲ و ضلع
ب ح مقابل بزاويه قائمه را وتر گويند
دوم مثلث متساوي الساقين
و دران دو ضلع متساوي باشند مثل
مثلث ده ر س ۱۴۳ و دو ضلع د ه و ه ر در هر مثلث متساوي الساقين
دو زاويه مقابل با دو ضلع متساوي برابر هستند مثلا در مثلث
مذکور زاويه د برابر است با زاويه ر و ضلع د ر را که واقع است مابين
اين دو زاويه متساويه قاعده مثلث گويند و نقطه ه را راس گويند
سيم مثلث متساوي الاضلاع هر سه ضلعش برابر
باشند مثل مثلث ا ب ح س ۱۴۴ و در هر مثلث متساوي الاضلاع هر سه زاويه اش برابر است

س ۱۴۲

۵۳ ارتفاع مثلث عمودي است
که از يک راس بر ضلع مقابل فرود آيد
مثلا س ۱۴۵ خط ب د ارتفاعي است نظير
راس ب و از اين قرار هر مثلثي صاحب سه
ارتفاع است س ۱۴۶

س ۱۴۳

در مثلث متساوي الساقين ارتفاعيکه از راس فرود آيد بر وسط قاعده
مي افتد

س ۱۴۵
مي افتد و زاويه راس را نصف ميکند
۵۴ کثير الاضلاع و آن پاره سطحي است
مستوي که از اطراف محدود شده است
بچند خط مستقيم متقاطعيکه بر نقاط
فصل مشترکهاي خود منتهي شده باشند
در هر کثير الاضلاعي عدد زوايا برابر است
با عدد اضلاع آن مثلا کثير الاضلاع
ا ب ح د ه س ۱۴۷ داراي پنج ضلع است ا ب
ب ح و ح د و د ه و ه ا و پنج زاويه ا و ب و ح و د و ه و آنرا مخمس گويند
۵۵ در هر کثير الاضلاع قطر خطي است که واصل باشد ما بين دو زاويه
غير مجاوره آن مثل ا ح و ا د س ۱۴۷ که از
راس ا رسم شده اند
۵۶ در ميان اشکال کثير الاضلاع آن
همه ساده تر مثلث است و بعد چهار ضلعي
که ذوات الاربعة اضلاع گويند و در
ميان چهار ضلعيها چند شکل زياد تر متداول
و کثير الاستعمال

س ۱۴۴

س ۱۴۵

س ۱۴۶

س ۱۴۷

۵۵ اول متوازیة الاضلاع
و آن چهار ضلعی است که هر دو
ضلع مقابلش متوازی باشند
مثل: متوازیة الاضلاع ا ب ج د
س ۴۸ و دو ضلع ا ب و ج د با هم
متوازی هستند همچنین دو
ضلع ا د و ب ج

ا ب ج د — س ۴۸

ا ب ج د ه — س ۴۹

و بمدد پرگار میتوان تحقیق نمود
که در هر متوازیة الاضلاع
هر دو ضلع متوازی ضمناً متساوی هستند مثلاً اب = دج و اد = بج
میتوان با آلت نقاله تحقیق نمود که زوایای متقابله متوازیة الاضلاع
متساوی هستند مثلاً ا = ج و ب = د

دو قطر متوازیة الاضلاع اغلب مختلف الطول اند اما در تقاطع همیشه
یکدیگر را نصف میکنند باین طور اه = هج این نکته را خوب باید ملتفت
باشید که شکل متوازیة الاضلاع هر قطری را بدو مثلث متساوی قسمت
میکند که قابل انطباق اند مثل دو مثلث ا ب د و ب د ج و دلیلش
اینکه مثلث ب د ج را باندازه ۱۸۰° بمدد نقطه ملاقی دو قطر ه

دوران بدهیم تا منطبق شود بر ا ب د و در این گردش نقطه
ج واقع میشود بر ا و نقطه ب بر د و نقطه د بر ب
خط ارتفاع متوازیة الاضلاع عبارتست از فاصله عمودی
بین دو ضلع متوازی اش که در اشکال ذو قاعده شکل محسوب
میشوند ۵۸

۵۸ دویم مربع مستطیل و آن متوازیة الاضلاع است که هر چهار زاویه اش
قائمه باشند س ۵۰ و ضلع ا ب قاعده و
ا د ارتفاعش و این دو خط را دو بعد
مربع مستطیل گویند

ا ب ج د ه — س ۵۰

دو قطر مربع مستطیل همدیگر را نصف میکنند چونکه این شکل حالت خاص
است از متوازیة الاضلاع بعلاوه آنکه این دو قطر متساوی هستند

۵۹ سیم معین که شکل لوزی باشد و آن متوازیة الاضلاع
است که هر چهار ضلعش متساوی
باشند س ۵۱ و دو قطرش همدیگر را
نصف میکنند علاوه بر آن زاویه
قائمه متقاطع میشوند

ب ج ط ه — س ۵۱

دح طی زاویه ده ح قائمه است

۵۰ چهارم مربع وآن مربع مستطیلی است که هر چهار ضلعش متساوی باشند س ۵۲ و دو قطر مربع متساوی هستند و همدیگر را نصف میکنند بزاویهٔ قائمه و نیز میتوان گفت که مربع همان لوزیست که چهار زاویه اش قائمه باشند یا دو قطرش متساوی باشند

س ۵۲

قاعده فوق

ارتفاع

قاعده تحت

س ۵۳

۵۱ پنجم ذو ذنقه وآن ذو اربعة اضلاعی است که همین دو ضلع مقابلش متوازی باشند س ۵۳ واین دو ضلع متوازی اب و حد را دو قاعدهٔ ذو ذنقه گویند وارتفاع او عبارتست از فاصلهٔ مابین دو قاعده

فقرهٔ سیم در کثیر الاضلاعهای منتظم

۵۲ کثیر الاضلاع منتظم آنست که اضلاعش متساوی باشند وهم زوایایش کثیر الاضلاع ا ب ج د ه و س ۵۴ شش ضلعی منتظم است وآنرا مسدس گویند

۵۳ ساختن کثیر الاضلاع منتظم سخت آسان است دایره را رسم میکنیم محیط آنرا باجزای متساوی چند قسمت میکنیم س ۵۵ مثلا بر هشت قسمت بر نقاط ا و ب ح و د ده ر د و ح و ط و هر نقطهٔ قسمت را بما بعد خود وصل میکنیم تا کثیر الاضلاع منتظم صاحب هشت ضلع تشکیل شود وآنرا مثمن گوئیم چرا که جمیع اضلاعش متساوی هستند چون اوتار قوسهای متساوی میباشند و گوئیم علاوه بر آن جمیع زوایایش متساوی هستند مثلا زاویهٔ ب مساوی است با زاویهٔ ح چرا که گر محیط م را دور مرکزش بگردش خود بگردانیم برخلاف جهت سیر عقربهٔ ساعت دو قوس ح ب ا ط ح نقطهٔ ح بر ط واقع میشود و نقطهٔ ب بر ح و نقطهٔ ا بر د پس دو ضلع زاویهٔ ب در سمت واقع میشوند بر دو ضلع زاویهٔ ح وآنوقت ح = ب

س ۵۴

س ۵۵

۴ء در شکل مذکور گوئیم کثیر الاضلاع ابحده دح محاط
شده است در دایره م و یا دایره محیط شده است بر آن
این نکته نیز ظاهر است که جمیع اضلاع اب و بح و حد ... کثیر
الاضلاع منتظم بیک فاصله واقع شده از مرکز چونکه اینها همه
اوتار متساویه اند و همچنین عمودهای م ی و م ل و م ل ....
که بر اضلاع وارد شده اند همگی بیک طول اند و هر کدام را ارتفاع
کثیر الاضلاع منتظم میگوئیم

۵ء محیط کثیر الاضلاع منتظم معادل است با مجموع طولهای
اضلاعش مثلا محیط مثمن سابق هست

اب + بح + ... + طا = اب × ۸

و حالا دستور درج (محاط نمودن) کثیر الاضلاعهای منتظم
ساده را در دایره اینجا بیان میکنیم

۶ء مسئله میخواهم مربعی در دایره محاط کنم جواب
در دایره س ۵۵ دو قطر اه و حح را برا وایه قائمه رسم میکنیم و اطراف
این دو قطر را بهم یکی وصل مینمائیم تا مربع احه ح تشکیل شود
چراکه این شکل ابتدا لوزی است زیرا ثابت شد که چهار ضلعش متساوی
میباشند و این لوزی مربع است زیرا ثابت شد که دو قطرش برابرند

۷ء مسئله میخواهیم شکل مثمنی که هشت ضلعی
منتظم باشد در دایره محاط کنیم جواب دو قطر بر
هم عمود میکنیم س ۵۵ و نقاط اوساط چهار ربع دایره را بدست
میآوریم تا محیط بر هشت قسمت متساوی گردد و آن هشت نقطه
قسمت را بهمسایه خود وصل میکنیم تا مثمن بدست آید و همچنین
ترتیب اگر هر کدام از قوسهای مونر باضلاع مثمن را نصف کنیم و
نقاط تقسیم را بهم یکی وصل کنیم کثیر الاضلاع منتظم حاصل شود
دارای ۱۶ ضلع و از این دوی ۳۲ ضلعی و مضاعفات تشکیل میشود

۸ء مسئله میخواهیم در دایره شکل مسدسی درج
کنیم یعنی شش ضلعی منظم جواب چون ضلع مسدس برابر
با شعاع دایره باید فتحه پرگار را برابر شعاع را شش مرتبه بر محیط
نقل نمود و کثیر الاضلاع ابحد
ده ح س ۵۶ چنین مسدسی است
و چون اوساط قوسهای مونر
باضلاع مسدس را بگیریم کثیر
الاضلاع ۱۲ ضلعی بدست میآید و چون
بهمین دستور پیش رویم کثیر

س ۵۶

الاضلاع ۲۴ ضلعی و ۴۸ و ۹۶ ...... ضلعی حاصل میشود

۶۹ مسئله پنجم اهم در دایره مثلثی متساوی الاضلاع درج کنیم جواب اولا مسدس ابتدا درج میکنیم را درج میکنیم وبعد دو سر را یک در میان وصل میکنیم تا مثلث مطلوب بدرج بدست آید

فقرهٔ چهارم در طول محیط دایره

۷۰ چون در یک دایره اشکالی درج کنیم که عدد اضلاعشان بهم بیفزاید مثلا کثیر الاضلاع ۱۲ و ۲۴ و ۴۸ و ۹۶ ضلعی ظاهر است که محیط آنها بدایره نزدیکتر میشود و اختلافشان با محیط کمتر و میتوان دایره را شبیه کرد بمحیط کثیر الاضلاعی منتظم که عدد اضلاعش خیلی زیاد باشد

پس اگر مطلوب طول محیط دایره باشد بیک متر قطر کثیر الاضلاع منتظمی در آن درج میکنیم که عدد اضلاعش خیلی زیاد باشد و محیط آنرا اندازه میگیریم آنوقت مقداری تقریبی برای محیط بدست آید اندک کمتر و اختلافی که در این حساب مرتکب میشویم هرچند عدد اضلاع کثیر الاضلاع منتظم بیشتر باشد آن اختلاف کمتر خواهد شد

شد و نتیجه حسابهای خیلی صحیح و دقیقی که بجای اعمال پیمایش شما باشد این است

عدد اضلاع	محیط کثیر الاضلاع محاط در شده
۶	۳٫۰۰
۱۲	۳٫۱۰۵۸
۲۴	۳٫۱۳۲۶
۴۸	۳٫۱۳۹۳
۹۶	۳٫۱۴۱۰
۱۹۲	۳٫۱۴۱۴
۳۸۴	۳٫۱۴۱۵

از روی این حساب چنین معلوم میشود که طول محیطی که بیک متر قطر باشد این است ۳٫۱۴۱۶ متر

واین عدد را در محاسبات علی الرسم بحرف یونانی π بنمایند و پی تلفظ کنند

پس محیطی که بقطر ا متر باشد = ۳٫۱۴۱۶ متر = π

ومعلوم است دایره که قطرش ۲ متر ۳ متر ۴ متر ... باشد طول محیطش ۲ برابر ۳ برابر ۴ برابر ... بزرگتر باشد وبنا بر این قاعده ذیل بدست میآید

۷۱ قاعده در تحصیل طول محیط هر دایره باید اندازه قطرش را ضرب نمود در این عدد

۳٫۱۴۱۶ وشعاع دایره را فرض میکنیم قطرش

میشود ۲ن و این دستور بدست میآید

$$\text{محیط} = ۲ن \times \pi = ۲\pi ن$$

دگوئیم که عدد π عبارتست از نسبت محیط بقطر

(اینجا مناسب است که معلم شاگردان را وادار دارد از روی تجربه و عمل خودشان نسبت محیط را بقطر تحقیق نمایند که همین عدد ۳٫۱۴۱۶ است پس شاگردان باید با متر نسیمه طول و قطر سه چهار دایره مختلف الشعاع را بر پیمایند و در هر کدام این خارج قسمت را $\frac{\text{محیط}}{\text{قطر}}$ بدست آورند و خودشان در عمل این عدد ۳٫۱۴ را پیدا میکنند)

مثال اول میخواهیم طول محیطی را که بنصف قطر ۲۵٫۳ دسیمتر است معلوم کنیم اینجا ۲ن = ۵۰٫۶ دسیمتر

$$\text{پس محیط} = ۵۰٫۶\ \text{دسیمتر} \times ۳٫۱۴۱۶ = ۱۵۸٫۹۶۵\ \text{دسیمتر} = ۱۵٫۸۹۶۵\ \text{متر}$$

مثال دوم میخواهیم در دایره که بشعاع ۴۵ سانتیمتر است طول قوس ۳۵ درجه ۲۴ دقیقه را معلوم کنیم

$$\text{محیط} = ۹۰\ \text{سانتیمتر} \times ۳٫۱۴۱۶ = ۲۸۲٫۷۴۴\ \text{سانتیمتر} = ۲٫۸۲۷۴\ \text{متر}$$

و نسبت قوس به تمام محیط این است (۳۶)

$$\frac{۳۵^\circ\ ۲۴'}{۳۶۰^\circ} = \frac{۲۱۲۴'}{۲۱۶۰۰'} = \frac{۵۹}{۶۰۰}$$

پس

پس طول قوس مطلوب میشود

$$۲٫۸۲۷۴\ \text{متر} \times \frac{۵۹}{۶۰۰} = ۰٫۲۷۸۰\ \text{متر}$$

فصل چهارم

در اندازه گرفتن مساحت و وسعت اشکال

۷۱ – **مساحت یا وسعت** سطحی عبارتست از عدد ذرعهای مربعی که در آن سطح شامل است و متر در حکم ذرع است و از بابت احتراز از حساب کسره تمام متر و اجزای آنرا اختیار نمودیم

۷۲ در اشکال **متعادله** یعنی متساوی الوسعه دو شکل متعادل است که یکی وسعت و مساحت باشند نه آنکه بر هم یکی منطبق شوند

مثلا مربع ا ب ج د را بر (س ۵۷) دو جزو منقسم منقسم میکنیم بخط ه ر که واصل ما بین اوساط دو ضلع ا ج و ب د است و دو مربع مستطیل ا ب ه ر و ه ر ج د را پهلوی هم قرار میدهیم چنانچه ضلع ا ه بچسبد بر د انوقت مربع مستطیل ا ه ج′ ب′ ر′ بدست میآید که معادل باشد با مربع ا ب ج د و حال آنکه نمیتوان بر منطبق نمود که از او بپوشاند

۷۳ در مساحت مربع مستطیل و آن مساویست با حاصل ضرب قاعده‌اش در ارتفاعش

باین معنی که وسعت هر مربع مستطیل دارای اینقدر ذرع مربع
است که آحاد با من شود بحاصل ضرب عدد ذرعهای قاعده‌اش
در عدد ذرعهای ارتفاعش دلیل در مربع مستطیل ا ب ج د
مثلاً قاعده‌اش ۵ ذرع باشد و ارتفاعش ۳ ذرع گوئیم وسعتش ۱۵ ذرع مربع
است چرا که اد را قسمت کنیم
بسه جزو متساوی هرکدام یک
ذرع و بر نقاط تقسیم دو خط

ج ب' ب ا' ا

س ۵۸

بموازات اب میکشیم و باین عمل مربع مستطیل مفروض تقسیم میشود
بسه مربع مستطیل که طول قاعده هرکدام ۵ ذرع است و ارتفاع
هرکدام یک ذرع و حال چون اب را به پنج جزو متساوی قسمت کنیم
و بر نقاط قسمت خطوط بموازات اد رسم کنیم هر یک از سه مربع
مستطیل مذکور مثلاً اب' قسمت میشوند به پنج مربع مستطیل
که هرکدام یک ذرع طول قاعده دارد و یک ذرع ارتفاع یعنی به پنج
ذرع مربع پس مربع مستطیل مفروض ا ب ج د دارای اینقدر عدد
ذرع مربع است که این حاصل ضرب ۳ × ۵ = ۱۵ اشامل آحاد باشد

واین

واین ضرب آحاد قاعده است در آحاد ارتفاع هرگاه عدد ذرعهای
قاعده و ارتفاع صحیح نباشند قاعده مذکوره باز صحیح است مثلاً
فرض میکنیم اب = ۵٫۷۵ متر و اد = ۳٫۱۴ متر اینجا سانتیمتر را واحد
طول قرار میدهیم و بنابراین سانتیمتر مربع واحد سطح میشود و
انوقت گوئیم طول قاعده‌اش ۵۷۵ سانتیمتر است و ارتفاعش
۳۱۴ سانتیمتر پس اگر دلیل مذکور را اینجا باز اوریم عدد سانتیمترهای
مربعی که در مربع مستطیل گنجیده برابر است با حاصل ضرب ۳۱۴
× ۵۷۵ و عدد مترهای مربع ان معلوم است ۱۰۰۰۰ مرتبه کوچکتر
میشود چونکه هر متر مربع معادل است با ۱۰۰۰۰ سانتیمتر مربع و در
تقسیم حاصل ضرب دو عاملی بر ۱۰۰۰۰ میتوان هر عاملی را بر ۱۰۰
تقسیم نمود پس مساحت ا ب ج د با این حاصل ضرب مساویست

۱۸٫۰۵۵۰ متر مربع = ۳٫۱۴ × ۵٫۷۵ × ۱ متر مربع = $\frac{۳۱۴}{۱۰۰}$ × $\frac{۵۷۵}{۱۰۰}$ × ۱ متر مربع

یا ۱۸ متر مربع ۵ دسیمتر مربع ۵ سانتیمتر مربع

تنبیه این نکته را باید ملتفت بود که در مساحت اضلاع مقیاسها
یکی باشد نه مختلف و انوقت واحد سطح تمام مربعی است که ساخته
باشیم بر واحد طول خود مان مثلاً اگر ابعاد را با ذرع پیموده باشیم

مساحت سطح بحسب ذرع مربع است واگر با گره پیموده باشیم
گره مربع است یعنی گره های مربع مساحت مساویست با حاصل
ضرب عدد گره های قاعده در عدد گره های ارتفاع

مثال ورق کاغذ مستطیلی داریم بطول ۳۱ سانتیمتر و عرض ۲۰٫۵ سانتیمتر
ومساحت آن مطلوبست اینجا سانتیمتر را واحد طول میگیریم وده
بعد شکل چنین میشود ۳۱ سانتیمتر و ۲۰٫۵ سانتیمتر ومساحت
اینست سانتیمتر مربع ۶۳۵٫۵ = ۲۰٫۵ × ۳۱ × ۱ سانتیمتر
یا ۶ دسیمتر مربع ۳۵ سانتیمتر مربع و ۵۰ میلیمتر مربع

۷۴ در مساحت مربع وآن مساویست با مربع
عدد اندازه ضلعش چرا که مربع در حقیقت مستطیلی است
که قاعده اش برابر ارتفاعش باشد

مثال جام شیشه مربعی را ۰٫۳۲۷ متر طول ضلع است ومطلوب
وسعت واست بحسب متر مربع
جواب مساحت جام اینست

متر مربع ۰٫۱۰۶۹۲۹ = ^{۲}(۰٫۳۲۷) × ۱ = ۰٫۳۲۷ × ۰٫۳۲۷ × ۱

وچون اگر آنرا بدسیمتر مربع تحویل کنیم چنین میشود ۱۰٫۶۹۲۹
دسیمتر مربع

۷۵ در مساحت متوازی الاضلاع وآن مساویست
با حاصل ضرب قاعده اش در ارتفاعش

دلیل شکل مفروض ا ب ج د است
و بر قاعده اب مستطیل اب ه ز را
بنا میکنیم وآن معادل است با متوازی الاضلاع
چرا که متوازی الاضلاع
اب ج د = ذوذنقه اب ج ه − مثلث ب ج ز
و مستطیل اب ه ز = ذوذنقه اب ج ه − مثلث ا ه د
و دو مثلث ب ج ز و ا ه د متساوی و قابل انطباق اند پس اب ج د
معادل است با اب ه ز پس مساحت متوازی الاضلاع مساویست
با این حاصل ضرب اب × ب ز یعنی با حاصل ضرب عدد قاعده اش در عدد ارتفاعش

س ۵۹

۷۶ در مساحت مثلث وآن مساویست با نصف
حاصل ضرب قاعده اش در ارتفاعش

دلیل مثلث چون نصف متوازی الاضلاع
است که همان قاعده و همان ارتفاع
باشد مثل مثلث اب ج س ۶۰ و بر
نقطه ج خط ج د را بموازات اب میکشیم

س ۶۰

میکنیم و بر نقطه ا خط ا د را بموازات ب ح انوقت ابحد متوازی
الاضلاع ابحد که اح قطر اوست و میتوان مثلث ابح را بر
اح د منطبق نمود بنا بر انکه اگر ابحد را ۱۸۰° بدور نقطه وسط
اح دوران دهیم رجوع ۵۶ انوقت

ابح = احد و ابح = $\frac{1}{2}$ ابحد

وچون مساحت متوازی الاضلاع مساویست با بح × اے

[illegible]

۷۷ نتیجه هر دو مثلث که بریک قاعده و بریک ارتفاع باشند متعادل اند مثلا

س ۶۱

س ۶۱ خط اب موازی س ع را رسم میکنیم و نقاط چند باختیار
بر س ع نشان میکنیم مثل ح ح′ ح″ ... و انها را بدو نقطه
ا ب وصل میکنیم انوقت مثلثات بیشمار بدست میاید
مثل اب ح و اب ح′ و اب ح″ ....
که همگی باهم متعادل اند چونکه همه بریک قاعده اب اند و بر ارتفاعات
متساویه چونکه ارتفاعات ح ء و ح′ ء′ و ح″ ء″ .... همه فاصله مابین
دو متوازی اب و س ع میباشند و متساویه اند

۷۸ در مساحت ذوذنقه — مساحت ذوذنقه مساویست
با نصف مجموع دو قاعده متوازی بضرب در ارتفاع
دلیل ذوذنقه مفروض ابحد است س ۶۲ قطر اح را وصل
میکنیم تا ذوذنقه
بدو مثلث اح ب و اح د
قسمت شود که بدو
ارتفاع اند ح ر و ا ه و

س ۶۲

این دو ارتفاع متساوی هستند چونکه هر کدام فاصله مابین دو
قاعده متوازی ذوذنقه است پس این دو تساوی حاصل شود

اح ب = $\frac{1}{2}$ اب × ح ر

اح د = $\frac{1}{2}$ ح د × ا ه = $\frac{1}{2}$ ح د × ح ر

وچون هر دو را باهم جمع کنیم

اح ب + اح د = ابحد = $\frac{1}{2}$ ح ر (اب + ح د)

زیرا که ضرب کردن اب در نصف ح ر و افزودن بر ان حاصل حاصل
ضرب ح د را در نصف ح ر راجع و منجر میشود بضرب کردن نصف
ح ر در مجموع اب + ح د

۷۹ مسئله مجموع زوایای سطح کثیر الاضلاعی را

مساحت کنیم قاعده اوّل اینستکه کثیر الاضلاع را
مجزّی کنیم بمثلثات چند پس جمیع اقطار را که منتهی شوند
بیک راس مثل اج و اد و اه وصل
میکنیم س ٦٣ و کثیر الاضلاع را
تجزیه میکنیم بمثلثات چند برابر
عدد اضلاع دو واحد کمتر و
جمیع سطوح این مثلثات برابر است
با مساحت مطلوب و از این قرار این تساوی حاصل شود

اب ج د ه د = $\frac{1}{2}$ [اج × ب بَ + اد × ج جَ + اه × د دَ + اد × ه هَ]

و د دَ و ه هَ طول اقطار را باز بتخمین مساحی اندازه میکنیم و ارتفاعها
ب بَ و ج جَ و د دَ و ه هَ را با آلات رسم میکنیم معروف به گونیا
مساحی و بعد باز بتخمین اندازه میکنیم

قاعده دوم اینستکه کثیر الاضلاع را بذو ذنقه‌ها
و بمثلثات قائم الزوایا تجزیه میکنیم بسیار اتفاق میافتد
که در مساحت
صحرا و اسناد این
باشد که کثیر
الاضلاع محدود

س ٦٤

زمین را

زمین را بتجزیه کنیم باشکال ذو ذنقه و مثلثات قائم الزوایا مثلا
فرض میکنیم عرض مساحت سطح ا ب ج د ه ح است پس قطر اعظم اه
کثیر الاضلاع را رسم میکنیم و از رؤس ب و ج و د و ح عمودها
ب ط و ج ی ...... د ک را فرود میاوریم و بعد ابعاد چهار مثلث
قائم الزاویه و سه ذو ذنقه اجزا را اندازه میکنیم و مساحت
آنها را حساب میکنیم و همگی را جمع میکنیم باین ترتیب

مثلث اب ط = $\frac{1}{2}$ اط × ب ط

ذو ذنقه ب ج ی ط = $\frac{1}{2}$ (ب ط + ج ی) × ط ی

ذو ذنقه ج ی د ل = $\frac{1}{2}$ (ج ی + د ل) × ی ل

مثلث د ل ه = $\frac{1}{2}$ ل ه × د ل

مثلث ه ر م = $\frac{1}{2}$ ه م × ر م

ذو ذنقه ر ع م = $\frac{1}{2}$ (ح ع + ر م) × ع م

مثلث ا ع ح = $\frac{1}{2}$ ا ع × ح ع

پس باید باز بتخمین جمیع عمودها و ابعاد قطر اه و جمیع قطعاتی که در روی
قطر ما بین نقاط تقاطع واقعند اندازه کرد و اعمال حساب را به سهولت
نوبت بجا آورد تا جمع نتایج مساحت مطلوب بشود

قاعده سیم اینستکه مثلثی معادل زمینها

هرگاه مطلوب مساحت اکثر الاضلاعی باشد که بر روی کاغذ رسم
شده باشد آسان تر اینست که ابتدا آنرا تحویل کنیم بمثلثی معادل
آن و بعد با مقیاس ضعف
رسم ابعاد آن مثلث را اندازه
بگیریم و مساحتش را حساب
کنیم و بشکل بهمین کوچکتر و اعظم
محاسبات عددی هم کوچکتر را بدل میکنیم بر ترسیمات هندسی

س ۶۵

مثلا فرض میکنیم منظور یافتن مثلثی باشد معادل با مخمس ابجده
س ۶۵ پس بر راس ج خط جد را موازی با قطر ب د رسم میکنیم تا امتداد
اب را بر ر قطع کند د ر را وصل میکنیم تا دوار بع اضلاع
اه در تشکیل شود معادل با پنج ضلعی ابجده چرا که این دو کثیر
الاضلاع جزو مشترک دارند ا ب ده و اختلافشان در دو مثلث
است د ر ب و د ج ب که متعادل میباشند چون که بر یک قاعده
د ب اند و راسشان ر و ج واقع شده اند بر موازی قاعده مشترک
و چون همین دستور پیش رویم مثلثی میتوانیم مثل اه ح معادل
با چهار ضلعی اه در چون بر راس د موازی ه ح را با نقطه ح رسم کنیم و
خط ه ح را وصل کنیم مثلث اه ح معادل میشود با چهار ضلعی و بنا

براین

براین با پنج ضلعی مفروض

۸۰ مسئله میخواهیم مساحت کثیر الاضلاعی را
بدست آوریم که نتوان در آن وارد شد مثل مرد
ابی جواب مستطیلی رسم میکنیم مثل م ن ع س که احاطه نماید
کثیر الاضلاع ابجد .. ل را از هر جانب و مساحت حلقه مابین
دو حد را مشخص میکنیم بنا بر آنکه مجزی نمائیمش به ذوزنقه ها و بمثلثات
و آنچه بدست آید از
مساحت مستطیل موضوع میکنیم تا تفاوت
مساحت مطلوب باشد

س ۶۶

۸۱ مسئله
میخواهیم بتقریب معلوم کنیم مساحت شکلی را که محصور باشد
ما بین منحنی ا ب و قاعده مستقیم ا ب و دو عمود
وارده بر این قاعده مثل ا ا و ب ب لجواب قاعده ا ب را
با جزاء متساویه خیلی کوچک منقسم میکنیم بر ع و از نقاط تقسیم
ج و د و ه ... عمودهای ج ج و د د و ه ه را اخراج میکنیم و با این ترتیب
شکل را تقسیم میکنیم بذوزنقه های خیلی نازک ا ا ج ج و ج ج د د ...

کر شیلیم بند و ذنقرهای کوچک داخلا مثان هرچند نقاط
ا و ح و د ... هم دیکر نزدیکتر باشند کمترست و مجموع این ذوذنقرها
معادل مساحت مطلوب است با تقریب کافی بنابر آنکه عدد اجزای
قاعده بقدر اندازه زیاد باشد در س ۶۷ قاعده اʹبʹ را بر پنج جزو متساوی
منقسم کرده‌ایم پس مساحت ذوذنقرها چنین میشود

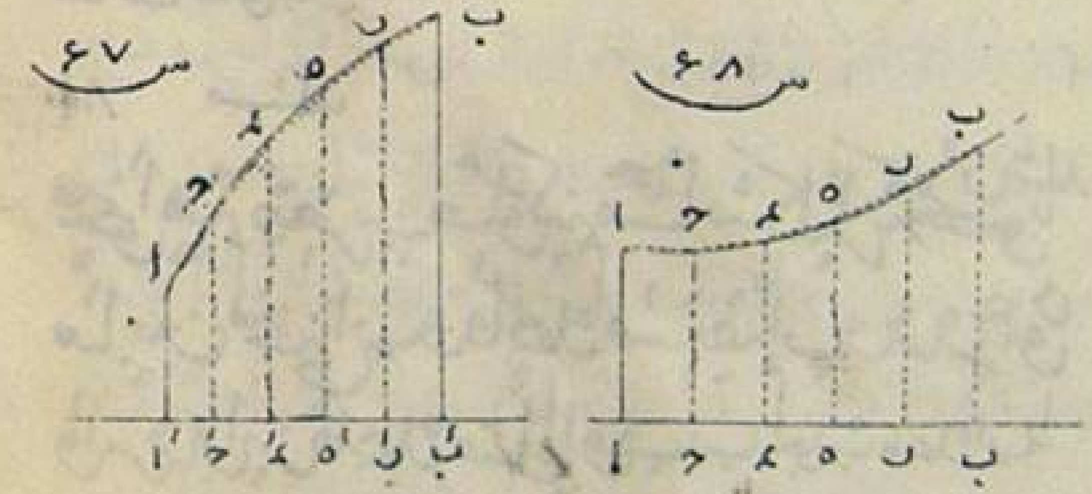
ا اʹ ح حʹ = (ا اʹ + ح حʹ)/۲ × اʹبʹ/۵ ، و ح حʹ د دʹ = (ح حʹ + د دʹ)/۲ × اʹبʹ/۵

د دʹ ه هʹ = (د دʹ + ه هʹ)/۲ × اʹبʹ/۵ ، و ه هʹ ر رʹ = (ه هʹ + ر رʹ)/۲ × اʹبʹ/۵

و ر رʹ ب بʹ = (ر رʹ + ب بʹ)/۲ × اʹبʹ/۵

و چون جمع کنیم مساحت تقریبی چنین شود

ا اʹ ب بʹ = ((ا اʹ + ر رʹ)/۲ + ح حʹ + د دʹ + ه هʹ + ر رʹ) اʹبʹ/۵



قاعده باید نصف مجموع دو عمود طرفین را گرفت
و بر حاصل افزود مجموع عمودهای ما بین را

و حاصل

و حاصل کل را ضرب کرد در طول قاعده و منقسم
نمود بر عدد اجزای آن تقسیم هر وقت خوب منحنی بطرف قاعده
باشد تقریب عمل نقصانی است و اگر حدبه بطرف قاعده باشد اضافی

س ۶۸

۸۲ مسئله میخواهیم مساحت شکل بسیطی را
معلوم کنیم که بعضی حدودش خطوط منکسره است
و بعضی حدودش خطوط منحنی مثل ا ب ح د م ن س ح

س ۶۹

جواب در نزدیکی اجزای چند خط شکسته رو در اچنان رسم
کنیم که بقدر امکان
نزدیک باشد بمحیط
شکل مفروض و انوقت
کثیر الاضلاعی تشکیل
میشود مثل ا ب ح د ه ر
ح که مساحتش را معلوم
میکنیم و انوقت باقی بماند مساحت سطوح ح س ر و ر ن ه و ه م د از روی
دستور سابق و انوقت ا ب ح د م ن س ح = ا ب ح د ه ر ح + ح س ر + ر ن ه + د ه م -

٨٣ در مساحت کثیر الاضلاع منتظم وان حاصل میشود بضرب محیطش در نصف طول عمودش

مثلا فرض میکنیم ش ٧٥ اب ج د ه ز شش ضلعی منتظم باشد و چون از مرکز کثیر الاضلاع بجمیع رؤس وصل کنیم مارا شش مثلث متساوی حاصل میشود و مجموع سطوح انها اینست

س ٧٥

ا ی ب ج د ه ز م

(اب × م ی) / ٢ × ٦ یا ٦ اب × م ی / ٢

و ٦ اب عبارتست از محیط کثیر الاضلاع و م ی ارتفاع اواست پس قاعده مذکوره صحیح شد

٨٤ در مساحت دایره وان حاصل شود بضرب محیطش در نصف شعاعش

چرا که دایره را میتوان کثیر الاضلاع منتظمی انگاشت بعده زیاد ان اضلاع خیلی کوچک چنانچه ارتفاع و شعاعش یکی شوند انوقت محیط کثیر الاضلاع میشود محیط دایره وان وقت مساحت کثیر الاضلاع منتظمی که دارا با اضلاع بیشمار است یعنی مساحت دایره مساوی میشود با محیط ضرب در نصف شعاع

٨٥ تنبیه سابق برهن شد که طول محیط مساویست با حاصل ضرب قطرش در این عدد ٣,١٤١٦ که بعلامت π نموده میشود پس چون شعاع را ن فرض کنیم چنین میشود

محیط دایره = ٢ × ٣,١٤١٦ × ن

و بنابرین سطح دایره = ٢ × ٣,١٤١٦ × ن × ن / ٢

و چون عامل ٢ را بر داریم چنین میشود

دایره = π × ن × ن = π ن^2

یعنی مساحت دایره حاصل شود بضرب مربع شعاع در این عدد ٣,١٤١٦

مثال مطلوبست مساحت سطح میز مدور دبستان که ١,٢ متر طول قطرش باشد نصفش = ٠,٦ متر پس سطح مطلوب چنین میشود

٣,١٤١٦ × ٠,٦^2 = ٣,١٤١٦ × ٠,٣٦ = ١,١٣١ متر مربع

٨٦ در مساحت قطاع دایره وان باین قسم حاصل شود که ضرب کنیم سطح دایره تمام را در نسبت طول قوس قطاع بمحیط دایره و بعبارة اخری قوس قطاع را

س ٧١

ا ب م

ضرب کنیم که نصف شعاع مثلا مساحت قطاع ا ب
س را که قوسش ۳۰ و شعاع معلوم باشد بدایره که شعاعش را نق فرض
میکنیم اینست $\pi \times ن^2 \times \frac{۳۰}{۳۶۰} = \pi ن^2 \times \frac{1}{12}$
چرا که قطاع یک درجه یکجزو از ۳۶۰ جزو دایره است و قطاعیکه
قطرش ۳۰ درجه باشد بقدر ۳۰ مرتبه بزرگتر است و صورت
فوق را میتوان چنین نوشت $۲\pi ن \times \frac{1}{12} \times \frac{ن}{2}$ و $۲\pi ن \times \frac{1}{12}$
نمایش قوس قطاع است پس چنین بشود سطح قطاع = قوس × $\frac{ن}{2}$
مثال میخواهیم مساحت قطاعی را معلوم کنیم که ۴۲° ۵۰' طول
دارد در دایره که بشعاع ۲۸ متر باشد چنین مساحت مساوی است
با $1 \times ۳٫۱۴۱۶ \times ۷۸۴ \times \frac{۳۰۴۲}{۲۱۶۰۰} = ۳۴۶٫۸۲$ متر مربع

$1 \times ۳٫۱۴۱۶ \times ۲۸^2 \times \frac{۴۲٫۵۰}{۳۶۰}$ متر مربع

امثله مشق در هندسه سطحی

۱ مزرعه مستطیلی داریم بطول ۳۴ ذرع ۶ گره و عرض ۳۳
ذرع ۱۱ گره منظور مساحت او است
۲ صحن مربع شکلی داریم بضلع ۱۶۵ متر منظور مساحت او است
۳ جام شیشه بشکل مستطیل داریم که طولش $\frac{2}{3}$ ارتفاع
او است و ارتفاعش ۳ سانتیمتر است مساحتش چیست
۴ منبری داریم بطول ۳ ذرع ۷ گره و عرض ۱۷ گره مطلوب مساحت اوست

۵ اطاقی داریم بطول ۶ متر و عرض ۴ متر میخواهیم از او فرش کنیم با الوارهای
که هر کدام بطول ۶ سانتیمتر است و عرض ۱ سانتیمتر است چند
عدد الوار لازم است
۶ صحنی است بطول ۳٫۷ متر و عرض ۳٫۴ متر میخواهیم او را با آجرهای خشت
مربع که بضلع ۳۵ سانتیمتر فرش کنیم چند عدد لازم است
۷ مساحت تخته ایم ۵ ذرع مربع است طولش پنج برابر عرضش باشد
مطلوب ابعاد او است
۸ در متوازی الاضلاع ا ب ج د زاویه ا بقدر ۵۰° ۴۶' است و طول
دو ضلع محیط باین زاویه یکی ا ب = ۳۷ متر و دیگر ا د = ۴۸ متر
میخواهیم با مقیاس هزارم که هر میلی متر یک متر است این شکل را رسم کنیم
و مطلوب ارتفاع او است و مساحت سطحش
۹ طول اضلاع مثلث ا ب ج بترتیب این است ا ب = ۷۲ متر ا ج =
۶۴ متر و ب ج = ۵۹ متر مطلوب است اولا رسم این مثلث بمقیاس
هر میلی متر یکمتر ثانیا اخراج سه عمود این مثلث بمدد گونیا و پرگار
و اندازه گرفتن طولهای آنها بتقریب نیم میلی متر ثالثا مساحت کردن
سطح ا ب ج بحسب سه ترتیب و امتحان عمل باین طریق است که هر یک از
اضلاع را بترتیب قاعده مثلث قرار دهیم

۱۰ در مثلث ابج ضلع اب بطول ۶ میلی متر است و زاویه ا = ۴۵°
و زاویه ب = ۶۵° غرض رسم این مثلث است و اندازه گرفتن ارتفاع‌ها
و حساب مساحتش

۱۱ در مثلث ابج زاویه ا = ۵۷° ۳۰′ و دو ضلع محیط بزاویه یکی اب
= ۷۶ میلی متر و اج = ۳۶ میلی متر و غرض طول عمودیست که بر
اب وارد شود و حساب مساحت مثلث

۱۲ مثلث قائم الزاویه رسم کنید که طول یکی از دو ضلع محیط بزاویه
قائمه ۸ سانتی متر است و ضلع دیگر زاویه ۵۳ میلی متر و طول وتر
را تا نیم میلی متر تقریباً اندازه بگیرید بعد تحقیق نمائید که مربع عدد
اندازه وتر مثلث قائم الزاویه مساویست با مجموع دو مربع دو عدد
اندازه دو ضلع زاویه قائمه

۱۳ مزرعه بشکل ذوذنقه متساوی الساقین ابجد س ۶۲ است
یعنی دو ضلع غیر متوازیش ا‌د و بج برابرند و اب = ۵۷٫۹ متر
و جد = ۲۹٫۷ متر و ارتفاعش ۳۲ متر است میخواهیم اینشکل
بمقیاس هزارم رسم کنیم و سطحش را اندازه بگیریم

۱۴ در ذوذنقه متساوی الساقین س ۶۴ قاعده اب = ۸۷ متر
و جد = ۲۹ متر و دو ضلع غیر متوازیش اد = بج = ۳۵ متر

میخواهیم

میخواهیم اینرا با مقیاس یک هزارم رسم کنیم و از روی شکل ارتفاع و
مساحتش را معلوم کنید

۱۵ دو قطر شکل لوزی طول یکی ۹۶ متر است و دیگری ۱۳۲ متر مساحتش
مطلوبست

۱۶ در چهار ضلعی ابجد طول قطر بد = ۱۶۰ متر و از دو نقطه
ا و ج دو عمود اا′ و جج′ را بر بد وارد میکنیم و طول آنها را اندازه
میگیریم پیدا میشود اا′ = ۳۲ متر و جج′ = ۲۹ متر
مطلوبست اولاً حساب مساحت چهار ضلعی و دوم این شکل را با
مقیاس هزارم ساختن

۱۷ از زمین چهار ضلعی ذاویه ابجد و منظور حساب مساحت اوست پس از دو
نقطه ج و د دو عمود جج′ و دد′ بر قاعده اب وارد آورده‌ایم و آنها را
اندازه گرفتیم بعلاوه دو فاصله اد′ و بج′ از دو نقطه ا و ب را
نسبت بدو موقع د′ و ج′ و معلوم شد که جج′ = ۴۳ و دد′ = ۵۰ متر
و اب = ۱۳۲ متر و اد′ = ۴۶ متر و بج′ = ۲۸ متر حال منظور
ساختن این شکل است بمقیاس هزارم و حساب مساحتش بعد از آن و سطح نقشه

۱۸ میخواهیم بدانیم اندازه بندر دانستن زمینی را که بتصور مسدس
شکل ۶۳ ابجده و ریس سر قطر اج. دو راه را اندازه و ارتفاعات

نظیر آنها را در سه مثلث ابج و اجد و اده چنین یافتیم

اج = ۳۴۸۲ متر و اد = ۳۴۵٫۷۳ متر و اه = ۹۱۳٫۴۰ متر

اب = ۲۰٫۶ متر بب' = ۶۵٫۸ متر و جج' = ۳۴۳٫۱۲ متر

دد' = ۱۹٫۷۴ متر و هه' = ۱۷٫۸۶ متر

و یک ذرع شاه = ۱٫۰۳۵ متر و بعد از آن یک هزار و صد

من دوازده هزار ذرع مربع است حال مساحت این مزرعه بحسب خروار

چه قدر است و بحسب جریب ۷۵ ذرعی چند جریب است

۱۹ میخواهیم مساحت مزرعه ابجده در شکل ۴۶ را معلوم کنیم بنا بر آنکه

قطر اد را قاعده قرار دهیم و فاصلهای سایر نقاط را از این قطر اندازه گرفته

باشیم چنین شود بل = ۱۰۱٫۴ متر و جج = ۱۹۳٫۹ متر

دل = ۱۳۵ متر و دم = ۶۷٫۴ متر و هه = ۱۴۷٫۶ متر

و فاصله نقطه ا را از مواقع عمودها اندازه گرفته باشیم چنین باشد

اط = ۸۵٫۷ متر و اب = ۲۵۸٫۸ متر و ال = ۴۳۷ متر

ال = ۵۰۲٫۹ متر و ام = ۴۶۵ متر و اه = ۱۹۸ متر

۲۰ دایره داریم به هشت سانتیمتر قطر میخواهیم کثیر الاضلاع منتظم ۱۲

ضلعی در آن درج کنیم و از روی شکل معلوم کنیم که مساحت آن مساوی است

با سه برابر مربع شعاع دایره

۲۱ در دایره که بقطر یکمتر باشد میخواهیم طول قوس یک درجه و طول

قوس

قوس یکدقیقه را حساب کنیم

۲۲ از روی تعریف متر طول شعاع زمین را بحسب متر و بعد بحسب

ذرع معلوم کنید و بعد بحسب فرسخ شش هزار ذرعی

۲۳ در دایره که بشعاع ۲۵ متر باشد چقدر میشود عدد درجات

قوس یکمتر طول

۲۴ چه عدد میشود عدد درجات قوسی که طولش برابر شعاع آن

دایره باشد

۲۵ قطعه پول دو هزاری بقطر ۲٫۵ سانتیمتر است میخواهیم

طول محیط و سطح آنرا بحسب میلیمتر بدانیم

۲۶ در دو دایره متحد المرکز دایره شعاع یکی ۲۳ میلیمتر است و دیگری ۲۷

میلیمتر میخواهیم مساحت حلقه مستدیره مابین دو دایره را معلوم کنیم

۲۷ دایره داریم بمحیط یکمتر میخواهیم مساحت سطح آنرا معلوم کنیم

۲۸ دایره داریم بمساحت یکمتر مربع میخواهیم طول شعاع آنرا معلوم

کنیم

۲۹ دایره داریم بشعاع ۴۲ میلیمتر و مربعی در آن درج شده میخواهیم

مساحت چهار قطعه دایره را که در خارج مربع افتاده اند بحسب

میلیمتر مربع معلوم کنیم

۸۵ دایره داریم بشعاع ۵۳ میلیمتر میخواهیم معلوم کنیم مساحت قطعه را
که دو ترش مقابل است بقوس ۲۰ او باید اصول لازمه این حساب را
از روی شکل اندازه گرفت

باب دوم
در اشکال هوائی
فصل اول
تعریف کیفیة الوضع های مختلف

فقره اول در عمود وارد بر سطح و سطوح متوازیه

۸۷ سطح مستوی آنست که بتوان خط مستقیمی را
در جمیع جهات آن روی او خوابانید

از روی همین تعریف نجاران سطح تخته رنده شده را امتحان میکنند که
آیا درست مستوی است یا خیر
س ۷۲ باین طور که لب شاره
صحیح خوبی را در جهات اب ح
د ... بر تخته میخوابانند و نگاه
میکنند که روشنائی از میان شاره و صفحه تخته بنظر نرسد
و سطح اب ساکن در طرفین را مستو میگیرند

۸۸ هرگاه خطی بر سطحی واقع شود یا عمود است یا مایل
نقطه را که در آنجا بر سطح برمیخورد موقع عمود گوئیم یا موقع مایل

۸۹ در عمود بر سطح خط را عمود گوئیم بر سطح
هرگاه عمود باشد بر جمیع خطوطی که از موقعش
در آن سطح رسم میشود در چنین حال گوئیم بعکس آن
سطح عمود است بر خط مفروض

مثلا خط اب را س ۷۳ بر سطح س عمود گوئیم در صورتیکه حادث
کنند زوایای قائمه نسبت بخطوط
اح و اد و اه ... که از موقع اد سطح
س رسم شده باشد

۹۰ مثال از تعریف میزان بنا سطح افقی آنست که عمود باشد بر
امتداد شاغول که بنا بنده وضع قیام امکان است سطح اب
ساکن را افقی گوئیم نسبتا لازم میشود در نصب کردن ستونه در
حوض و پایه ستون و نوش طاقی که تا باب افقی باشد و تا بفهمیم و در این
مورد میزان بنا را استعمال کنیم س ۷۴ و آن شاغولی است که تخته
بر مثلث چوبی و هر قد که دو پایه اب مثلث نکشد بر خط افقی نموده
باشد خط امتداد شاغول را خط وثوق گوئیم

از ابتدا از وقف بر قبضه دره نشان کرده اند پس در موردیکه
بخواهیم بفهمیم سطحی درست افقی است یا نه دو یا بیشتر در جهتی قرار دهیم
و دید که خط وقوف را در تمام نشان معلوم نشاند یا خیر پس اگر دید
هر جهت که چنین امتحان نمودیم درست مد سطح مذکور افقی است

۹۱ قضیه اول شرط آنکه خطی بر سطحی عمود شود
همین است که عمود باشد بر دو خطی که از موقع
العمود در آن سطح رسم نموده باشیم

دو گونیا به مثابه برابر طول یکضلع
زاویه قائمه هم تکیه مینهیم و متصل
میسازیم ش ۷۵ و دو ضلع دیگر اح
واد را بر صفحه س قرار میدهیم ب
انوقت ضلع اب مشترک در دو گونیا

ش ۷۴

عمود میشود بر س چرا که اگر دستگاه دو گونیا را دور آن میدهیم بر
دور زاویه که مانند محور تابند ساکن است میبینیم که دو ضلع اح
واد همواره منطبق باشند بر سطح س و بنا بر این اب عمود میشود بر
جمیع خطوطی که از نقطه ا در سطح س رسم شده باشند

نتیجه پس شرط آنکه سطحی افقی باشد همین است که دو خط مرسو

در این دو جهت مختلف افقی باشد

۹۲ قضیه ۲ هرگاه بر نقطه ا ش ۷۶ از خط اب
و در سطوح مختلفه که با اب مرور کرده باشند
عمودهائی چند اح و اد و اه و امثال آن ساخته باشیم
جمیع این عمودها واقع میشوند در سطح واحد
که از نقطه ا عمود شده باشد بر اب

من باب مثال مصراع لنگه در بطاقی را بنظر میآوریم که خط محور
دو پاشنه (پاد و لولا) درست قائم باشد و تخته این در
در طرف اسفلش منتهی شده است به
بالکه عمود ساخته اند نسبت بمحور
پاشنه ها پس هر وقت در را باز
کنیم میبینیم آن بال سطحی تشکیل
کند عمود بر آن محور چون که در

ش ۷۵

تمام مدتی که در حرکت است این خط هماره تکیه دارد بر کف درگاه افقی

نتیجه پس هر وقت بخواهیم سطحی بر نقطه مفروضه خطی عمود کنیم
کافیست که از این نقطه دو عمود بر آن خط بکشیم و بعد سطحی بر
آن دو خط مرور دهیم

چنانچه نجاران س ۷۷ همین قاعده نکر چوب بزرگ را میبرند
بوضعیکه عمود باشد بر یکی از یالهایش اب پس در دو ضلع
مجاوران عمودی بران یال از نقطه معینه رسم میکنند بعد از
طول ان خط ح د و ح ه اره میکشند

۹۳ در فاصله نقطه از

سطحی مستوی از نقطه واقعه در خارج
سطحی س ۷۸ نمیتوان وارد نمود جز یک
عمود اب بر ان سطح واین عمود کوتاه ترین
راههاست که میتوان پیمود از ان نقطه
باین سطح واز این قرار اب کوتاه تر است
از خطوط مایله اح و اد و اه
وبنا براین حکم فاصله نقطه
از سطحی عبارتست از طول عمودی که
از ان نقطه بران سطح فرود اورند

۹۴ در سطوح متوازیه

دو سطح را متوازیه گوییم در
صورتیکه نتوانند بهم یکدیگر برسند

هرچند دور که انها را وسعت و امتداد دهند مثل دو سطح س
و ع س ۷۹
وبخصوص دو سطح متوازیه باین قسم باشد که بر خطی مثل اب دو
سطح عمود نماییم واز این قرار جمیع سطوح افقی متوازیه هستند
چونکه همگی عمودند بر خط قائم
دو سطح متوازیه در همه جا بیک
فاصله اند از همدیگر واز این قرار د
اجزائی از عمودهای اب و ح د
و ه ر که بر دو سطح متوازیه س و ع
اخراج شده اند و محصورند ما بین
ان دو سطح متساویه میباشند

فقره دوم در حجم مستوره متوازیة الوجوه ۲م

۹۵ در کثیر الوجوه وان جسمی است مثل ابحده
رح که از جمیع جهات محدود شده باشد باشکال کثیر الاضلاع
ابحده و ابه وغیره واین کثیر الاضلاع را وجوه کثیر الوجوه گوییم
واضلاع و رئوس اینها را یالها و رئوس کثیر الوجوه
گوییم وجمع همه وجوه را سطح کثیر الوجوه گوییم

ساده نزد هر کثیر الوجوهی که چهار وجه مثلث القاعده است که شش
یال دارد و چهار راس
از این چهار وجهی گوییم
س ٨١ و بعد از ان شش وجهی
است و ٨ وجهی و ١٢
وجهی و ٢٠ وجهی
٩٦ منشور وان
کثیر الوجوهی است مثل ا ب ج د ه
ا' ب' ج' د' ه' س ٨٢ محصور ما بین چند وجه متوازی الاضلاع که قواعد
انها انکه ذات شش باشند یا اضلاع دو کثیر الاضلاع متساوی ا ب ج
د ه و ا' ب' ج' د' ه' که در دو سطح
متوازی هستند و این دو کثیر
الاضلاع را دو قاعده منشور
گوییم و فاصله ما بین انها را
ارتفاع منشور گوییم
و متوازی الاضلاعها را وجوه
جانبیه منشور بحسب انکه یالها

جانبیه اش عمود باشند بر دو سطح قاعده یا مایل باشند ما قائم گوییم
یا مایل س ٨٣ مثلا منشور م ن س
م' ن' س' قائم باشد در منشور قائم
جمیع وجوه جانبیه اش مربع مستطیل
اند و ارتفاعش برابر است با هر یک از یالهای جانبیه
منشور را موافق انکه قاعده اش مثلث
باشد یا چهار ضلعی یا پنج ضلعی مثلث
القاعده خوانیم یا مربع القاعده
یا مخمس القاعده
و در منشور مقطع مستقیم
آنست که حادث شده باشد از
سطحی عمود بر یالها مثلا م ن س ل
ع س ٨٣ مقطع قائم است
٩٧ متوازی الوجوه وان
س ٨٣ منشوری است مثل ا ب ج د ا' ب' ج'
د' که هر دو قاعده اش ا ب ج د و ا' ب' ج' د' متوازی الاضلاع باشند

متوازیة الوجوه ما بار ازش وجه است همه متوازیة الاضلاع واما
قائمش محصور است ما بین دو قاعده متوازیة الاضلاع وچهار وجه
مربع مستطیل متوازیة الوجوه را قائم گویند س ۸۵ هرگاه مستقیم
باشد ودو قاعده اش مربع مستطیل باشند وان وقت صاحب
شش وجه مربع مستطیل است ومثال این جسم جعبه است وطاس تخته
ستاره وفضای اطاق

مکعب س ۸۵ متوازیة
الوجوه قائمی است که هر شش
وجهش مربعات متساویه
باشند

ابعاد هر متوازیة الوجوه
قائم عبارتند از طول و
سه یال ان اب واد وا گر از یکی راس خارج شده باشند و سه بعد
مکعب متساویه هستند

س ۸۶

۹۸ هرم وان کثیر الوجوهیست مثل س ابجد در س ۸۶ محصور
ما بین چندین وجه مثلث شکل که همگی در یک راس س
مشترک باشند ودو قاعده شان کثیر الاضلاع باشند یا اضلاع

کثیر

کثیر الاضلاعی مثل ابجد در
نقطه س راس هرم است
وکثیر الاضلاع ابجد د قاعده اش
وعمود س که از راس بر قاعده
فرود اید ارتفاع هرم است
هرم را بحسب انکه شکل قاعده اش
مثلث باشد یا مربع یا مخمس وغیره

س ۸۷

از مثلث القاعده گویند ومربع القاعده ومخمس القاعده
وغیره وجسم چهار وجهی همین هرم مثلث القاعده است هرم را
منتظم گویند هرگاه قاعده اش کثیر الاضلاع منتظم باشد
وانوقت ارتفاعش واقع شود بر مرکز کثیر الاضلاع قاعده

۹۹ هرم ناقص متوازیة
القاعدتین س ۸۷ قطعه
است مثل ابجده ا ب ج ط ه ع
از هرم تام س ابجده که
محصور باشد ما بین قاعده
هرم ومقطع ا ب ج ط ه ع

س ۸۸

که بموازات قاعده است و فاصله ما بین دو قاعده همان ارتفاع
هرم ناقص است

۱۰۰ منشور ناقص جسمی است محصور ما بین یکی از دو قاعده و مقطعی
که بسطحی قابل نسبت بقاعده حادث شده باشد و جمیع
وجوه جانبیه کنج شده باشد مثل ابحہ اَبَحَ س ۸۸ و یالهای ان
ااَ و ببَ و ححَ عمود نیستند بر هیچ یک از دو قاعده
و بمقطع مستقیم م ن ع منشور ناقص این منشور بدو جزو منقسم میشود
که یالهای جانبیه همگی عمودی باشند بر قاعده م ن ع

فصل دوم

در اندازه حجم اجسام کثیر الوجوه

۱۰۱ اندازه گرفتن جسمی عبارت از اینستکه بفهمیم چند
مرتبه واحد حجم را شامل میشود

واحد حجم عبارت از مکعبی است که ساخته شود بر واحد طول
پس واحد حجم ذرع مکعب است یا گره مکعب یا متر مکعب یا دسیمتر
مکعب یا سانتیمتر مکعب موافق آنکه واحد طول ذرع باشد
یا گره یا متر یا دسیمتر و امثال آنها
و در علم حساب ذکر نموده ایم روابط و نسبتهای ساده و معروف را که

ما بین آحاد مختلفه است و همچنین تبدیل اندازه حجم معین از نوعی
واحدی بواحد دیگر

۱۰۲ دو جسم متعادل اند که بحسب حجم برابر باشند اگر چه بر همدیگر
منطبق نشوند

فقره اول حجم منشور

۱۰۳ حجم متوازی السطوح قائم مساویست با حاصل ضرب
سه بعدش در همدیگر و بعبارة اخری با حاصل
ضرب قاعده اش در ارتفاعش

فرض میکنیم س ۸۹ ابحه ده وح ط متوازی السطوح قائم را باشد
اب = ۴ ذرع و بح = ۲ ذرع و اه = ۳ ذرع
پس حجم مطلوب مساویست با ۲ ذرع مکعب × ۴ × ۲ × ۳
یعنی ۲۴ ذرع مکعب چرا که
میتوانیم بخطوط متوازیه چند
موازی با اضلاع شکل
متوازی الاضلاع ابحہ
را تقسیم کنیم بعدد از دیاد
مربع که مساوی باشد با حاصل

س ۸۹

ضرب ۴ × ۲ = ۸ و برروی هریک از این
مربعات یک ذرع مکعب قرار دهیم آنوقت متوازی الوجوه قائمی
تشکیل میشود بقاعده ابجد که یک ذرع ارتفاع آنست و
شامل هشت ذرع مکعب است و حالا برای تشکیل متوازی الوجوه
خودمان باید سه طبقه از این برش ها روی هم گذاشت یعنی جمع آوری
نمودند تمامی مکعبهای که برابر با حاصل ضرب ۴ × ۲ × ۳ باشد
و اگر اندازه ابعاد قاعده کسری بود باین صورت
اب = ۴٫۲۷ متر ، ب ج = ۲٫۳۹ متر و اه = ۳٫۸۴ متر
باز حکم همانست که ذکر شد چرا که میشود سانتی متر را واحد طول
بگیریم و اب را تقسیم کنیم بر ۴۲۷ سانتی متر و ب ج را بر ۲۳۹ سانتی
متر و بعد بر نقاط تقسیم خطوط بموازات اضلاع قاعده رسم کنیم آنوقت
ظاهر میشود که میتوانیم قاعده را بپوشیم با آنقدر عدد سانتی
متر مکعب که برابر با حاصل ضرب باشد

۴۲۷ × ۲۳۹

و چون ارتفاع شامل ۳۸۴ سانتی متر است میتوان حجم متوازی الوجوه را
پر نمود با آنقدر سانتی مترهای مکعب که برابر با حاصل ضرب باشد

۴۲۷ × ۲۳۹ × ۳۸۴

و حال

و حال باید این حجم را بمتر مکعب تحویل کنیم پس تقسیم کنیم آنرا بر ۱۰۰۰۰۰۰
و در تقسیم حاصل ضرب سه عامل بر ۱۰۰۰۰۰۰ میتوان هر یک را تقسیم نمود
بر ۱۰۰ پس چنین میشود

حجم مطلوب = ۱ متر مکعب × ۴٫۲۷ × ۲٫۳۹ × ۳٫۸۴ = ۳۹٫۱۸۸۳۵۲ متر مکعب

عواقب نتیجه اولا حجم مکعب برابر است با قوه سیم ضلعش مثلا
ضلع مکعبی ۷ متر است پس عدد مترهای مکعب حجمش این است

۷ × ۷ × ۷ = ۳۴۳ متر مکعب

ثانیا ضلع مکعب معادل با حجم مفروضی مساوی است با کعب عدد احاد
الحجم مثلا حجمی صاحب ۴۲۵ متر مکعب است پس ضلع مکعب معادل بالحجم ریشه سیم آن است

ض = $\sqrt[3]{۴۲۵}$ = ۷٫۵۱۸ متر

۱۰۵ حجم متوازی الوجوه بهر وضع باشد مساوی است
با حاصل ضرب قاعده اش در ارتفاعش

بطور اختصار چنین مینویسند ح = ق × ع

ح علامت حجم است ق علامت قاعده و ع علامت ارتفاع

مثلا اگر مقصود تعیین حجم متوازی الوجوه مایل ابجد ا'ب'ج'د' باشد
اولا باید مساحت متوازی الاضلاع ابجد را که قاعده اوست معلوم
نمود و بعد باید طول ارتفاع نقطه ا' را از روی قاعده گرفته و آنوقت

۶

حجم ابحد ابحه د = ابحد × اه

مثال اول متوازی الوجوه قائمی ۲٫۴۵ متر ارتفاع است
واما قاعده اش لوزیست که دو قطرش باین طول اند ۱٫۶۰ متر و
۱٫۹۵ متر و مطلوب حجم او است

قاعده = ۱ متر مربع × ۱٫۶۰/۲ × ۱٫۹۵ = ۱٫۵۶۰ متر مربع

حجم متوازی الوجوه = ۱ متر مکعب × ۱٫۵۶ × ۲٫۴۵ = ۳٫۸۲۲ متر مکعب

مثال دوم متوازی الوجوه مایلی صاحب ۱٫۲۰ متر ارتفاع
است واما قاعده اش مربع است بطول ضلع ۰٫۸۹۵ متر و
مطلوب حجم او است

سطح قاعده = ۱ متر مربع × (۰٫۸۹۵)² = ۰٫۸۰۱۰۲۵ متر مربع

حجم = ۱ متر مکعب × ۰٫۸۰۱۰۲۵ × ۱٫۲ = ۰٫۹۶۱۲۳۰ متر مکعب

مثال سوم متوازی الوجوه ذو اربع مایل که قاعده اش متوازی الاضلاع
است بقاعده ۱٫۵ متر و بارتفاع ۴۵ سانتیمتر و مطلوب حجم او است
بنابر آنکه ارتفاعش ۲۳۶ میلی متر باشد

مساحت قاعده = یک متر مربع × ۱٫۵ × ۰٫۴۵ = ۰٫۶۷۵ متر مربع

= ۱ متر مکعب × ۰٫۶۷۵ × ۰٫۲۳۶ = ۰٫۱۵۹۳ متر مکعب

۱۰۶ حجم منشور بهر شکل باشد مساویست با حاصل

ضرب قاعده اش در ارتفاعش

اینجا بنا ح = ق × ع

مثال میخواهیم معلوم کنیم حجم منشوری را که قاعده اش مسدس منتظم
باشد و ارتفاعش ۶۵ سانتی متر و ضلع مسدس یک متر است و ارتفاع
۰٫۸۶۶ متر

سطح قاعده = ۱ متر مربع × ۶ × (۱ × ۰٫۸۶۶)/۲ = ۲٫۵۹۸ متر مربع

حجم منشور = ۱ متر مکعب × ۲٫۵۹۸ × ۰٫۶۵ = ۱٫۶۸۸۷ متر مکعب

۱۰۷ تنبیه گاه اتفاق میافتد که بمنشور دنباله استعمال میکنند

**حجم منشور مساویست با حاصل ضرب مقطع
قائمش در یالان**

مثال حجم منشور ابجد ده اب ج د ه (شکل ۸۳) مساویست با مقطع ع
ف × ا ا پس مقطع قائم را با گونیا باید بر جوانب جسم رسم نمود و ابعاد
با پرگار بدست گرفت

فقره دوم در حجم هرم

**۱۰۸ حجم هرم مساویست با ثلث حاصل ضرب
قاعده اش در ارتفاعش**

ح = ۱/۳ ق × ع

مثال هرمی داریم بقاعده مربع مستطیل که دو بعدش یکی ۰٫۸۵ و عرضش
و دیگری ۰٫۴۱ متر و ارتفاعش ۱٫۲۳ متر و مطلوب حجم او است

سطح قاعده = ۱ متر مربع × ۰٫۸۵ × ۰٫۴۱ = ۰٫۳۴۸۵ متر مربع

حجم = ۱ متر مکعب × (۱٫۲۳ × ۰٫۳۴۸۵) / ۳ = ۰٫۱۴۲۸۸۵ متر مکعب

۱۰۹ در حجم کثیر الوجوه بهر شکل باشد قاعده اینست که
آنرا باهرام چند تقسیم نمائیم و هرگاه بخواهیم از یکی از رئوس کثیر الوجوه خطوطی
بروس وجوه مختلفه غیر مجاوره ان وصل نمائیم تا باین عمل اهرام چند
متشکل شود که روس مشترکه همگی نقطه ایست و قواعدشان وجوه
کثیر الوجوه و حجم هرکدام از اینها را باید بدستور سابق حساب کرده
جمع نمود تا حجم مطلوب بدست اید

و بر وفق این روش دستور العملهای ساده و اسان بدست میاید
در اندازه گرفتن حجم بعضی کثیر الوجوه های مخصوص مثل هرم ناقص
و منشور ناقص مثلث القاعده

۱۱۰ در حجم هرم ناقص که دو قاعده اش متوازی باشند و آن معادل است با سه هرمی که ارتفاع همان هرم ناقص باشند و قواعد انها یکی قاعده سفلای هرم باشد و دیگر قاعده علیا بش و

دیگر

و دیگر واسطه هندسی مابین همین دو قاعده
پس این تساوی حاصل شود

ح = ع/۳ (ق + قه + √ق قه)

در این تساوی ح حجم است و ع ارتفاع و ق قاعده علیا و قه
قاعده سفلی

مثال قاعده بزرگتر هرم ناقص مربع است بضلع ۱٫۲۸ متر و قاعده
کوچکتر مربعی بضلع ۰٫۵۰ متر و ارتفاع آن ۲٫۳۴ متر و مطلوب
اندازه حجم آن است

ح = ۱ متر مکعب × ۲٫۳۴/۳ (۱٫۲۸² + ۰٫۵۰² + √۱٫۲۸² × ۰٫۵۰²)

یا ح = ۱ متر مکعب × ۰٫۷۸ (۱٫۲۸² + ۰٫۵۰² + ۱٫۲۸ × ۰٫۵۰)

و بعد از اجرای اعمال چنین میشود

ح = ۰٫۷۸ متر مکعب (۱٫۶۳۸۴ + ۰٫۲۵ + ۰٫۶۴)

یا ح = ۰٫۷۸ متر مکعب × ۲٫۵۲۸۴ = ۱٫۹۷۲۱۵۲ متر مکعب

۱۱۱ در حجم منشور ناقص مثلث القاعده و آن مساوی است با حجم سه هرمی که قاعده مشترکه انها یکی از دو قاعده منشور باشد و رئوس انها سه راس قاعده دیگر منشور

مثلا

مثلا حجم منشور ناقص اب ج اَبَ جَ ش ۹۴ اندازه اش اینست

$$\text{اب ج} \times \frac{\text{اَاَ + ب بَ + ج جَ}}{۳}$$

۱۱۲ تنبیه گاه اتفاق می‌افتد که منشور ذیل کار اساس نیز شود

اندازه حجم منشور ناقص مثلث القاعده مساوی

است با حاصل ضرب مقطع قائمش در ثلث

مجموع سه یال آن

و از این قرار حجم مذکور معادل میشود با این صورت

$$\text{م ن ع} \times \frac{\text{اَاَ + ب بَ + ج جَ}}{۳}$$

۱۱۳ مثال میخواهیم مساحت حجم جسمی را که بشکل

گاوه باشد معلوم کنیم بگاوه بصورت منشور ناقص مثلث

القاعده است ش ۹۵ و راسش اب ج د مربع مستطیل است و ده ان ه

که سطح بر کو بند بموازات اد است و نقطه وسطش ی واقع شده

است بر عمودی که از نقطه م مرکز مربع مستطیل اب ج د بر همین سطح وارد

شده باشد و بطور کلی ر کوتاه تر میشود از آنچه که در وجه ا ب

و ح ر بطور مایل واقع باشد نسبت با اب ج د اما در دو جهت مخالف و

هکذا دو جبهه جانبی اده د و ح ه د

و در مساحت حجم این جسم مقطع قائم ای ل را رسم میکنیم و مساحتش چنین

میشود

ش ۹۵

میشود $\frac{\text{ر ل} \times \text{م ی}}{۲} = \frac{\text{اب} \times \text{م ی}}{۲}$

و حالا با بدان صورت را ضرب کنیم در این صورت

$$\frac{\text{اد + ب ج + ه ر}}{۳} = \frac{\text{۲ اب + ه ر}}{۳}$$

که واسطه هندسی است ما بین با اینها پس

حجم گاوه $= \frac{۱}{۶}(\text{۲ اب + ه ر})\ \text{اب} \times \text{م ی}$

و همین دستور بکار آید در مساحت حجمی که به سطوح بعضی با اینها سقفها

محدود و منتهی شده باشد

مثال عددی ارتفاع گاوه م ۲ سانتی متر است و راسش مستطیلی

است که بعد ۱۱ سانتی متر و ۶٫۵ سانتی متر و دو مثلث بطول ۸٫۳

سانتی متر است حالا مطلوب وزن او است بنا بر آنکه از آهن ساخته

باشند که ثقل آهن اینست ۷٫۸ پس اب = ۶٫۵ سانتیمتر

و ه ر = ۸٫۳ سانتیمتر و م ی = ۲۴ سانتیمتر آنوقت

حجم $= ۱$ سانتیمتر مکعب $\times \frac{۱}{۶}(۸٫۳ + ۱۳) \times ۶٫۵ \times ۲۴$

یا حجم $= ۱$ سانتیمتر مکعب $\times ۲۱٫۳ \times ۶٫۵ \times ۴ = ۲۱٫۳ \times ۲۶ = ۵۵۴$ سانتیمتر مکعب

و چون هر سانتی متر مکعبی از آهن را وزن ۷٫۸ گرم است ثقل گاوه

چنین میشود

$۷٫۸$ گرم $\times ۵۵۴ = ۴۳۲۱٫۲$ گرم

باتقریب ۳۲۱٫۴ کیلوگرم در باید از روی پنبه کرد و حساب
کفته ایم تحویل نمود همین نمره

فصل سیم
در مساحت حجم استوانه و مخروط
تام و مخروط ناقص
فقره اول در استوانه

۱۱۴ تعریف **استوانه مستدیر**

تام جسمی است متولد از دوران مربع مستطیل
ا ا ہ ہ بدور یکی از اضلاع خود ہ ہ که در این دوران ساکن فرض شده
س۹۱ و دو دایره که بحرکت دو ضلع ا ا د ہ ہ متولد میشوند دو
قاعده استوانه اند و ضلع ساکن ہ ہ ارتفاع یا محور استوانه
است و ضلع ا ا که تولید سطح محدب یا سطح جانبی استوانه را مینماید
ضلع مولد است و در استوانه هر کدام از اوضاع ضلع متحرک ا ا را
میتوان مولد گفت مثل ب ب

۱۱۵ در سطح جانبی استوانه و در حجم استوانه
مستدیر تام هم مساوی است با حاصل ضرب محیط

قاعده اش در ارتفاعش
چه اگر استوانه را در طول
یکی از مولد هایش ببریم س۹۲ و
سطح جانبش را پهن کنیم
در روی صفحه باز شده
مربع مستطیلی است بشکل
ا ا ح ح که ارتفاعش همان
ارتفاع استوانه است و قاعده اش محیط دایره باز شده پس اگر س را
سطح جانبی استوانه فرض کنیم و ن را شعاع و ع ارتفاع چنین میشود

$$\text{س} = ۲\pi\,\text{ن}\,\text{ع}$$

و اگر س' را سطح تام فرض کنیم یعنی سطح جانبی بعلاوه دو قاعده اش فوق

$$\text{س}' = ۲\pi\,\text{ن}\,\text{ع} + ۲\pi\,\text{ن}^{۲} = ۲\pi\,\text{ن}\,(\text{ن} + \text{ع})$$

مثال لوله دود کش آهنی دایره بکلفتی ۵ را میلی متر و بطول ۱۳ متر و بقطر ۲ سانتی متر مطلوب است وزن او است بنا بر اینکه کثافت مخصوص آهن ۷٫۸ باشد اینجا

$$\text{س} = ۱\ \text{سانتیمتر مکعب} \times ۲\pi \times ۱۳ \times ۶۰۰ = ۶٫۲۸۳۲\ \text{سانتیمتر مکعب} \times ۷۸۰۰$$

$$\text{س} = ۹۶٫۸۴۹۰۰\ \text{سانتیمتر مکعب}$$

پس حجم تخته آهن چنین است ح = ۱ سانتیمتر مکعب ×
× ۴۹۰۰۸٫۹۶ × ۰٫۱۵ = ۷۳۵۱٫۳۴۴ سانتیمتر مکعب

و وزنش چنین میشود
ث = ۷٫۸ گرم × ۷۳۵۱٫۳ = ۵۷۳۴۰ گرم = ۵۷٫۳۴۰ کیلوگرم

و از اینجا به وزن تبریز بدل نمود

۱۱۶ درجه استوانه مستدیر و اندازه ان معادل است با حاصل ضرب قاعده اش در ارتفاعش

باین صورت حج = π × ن۲ × ع

چراکه میتوان استوانه را شبیه نمود به منشور بکه عدد وجوه اطرافش خیلی زیاد باشد و هر وجهی خیلی کوچک

مثال اول ستون آهن بری دارایم بطول سه متر و بقطر ۳۲ سانتیمتر و منظور وزن او است بنابر آنکه کثافت آهن چنین باشد ۷٫۸
ح = ۱ میلیمتر مکعب × π × ۱۶۲ × ۳۰۰ = ۳٫۱۴۱۶ × ۲۵۶ × ۳۰۰۰ میلیمتر مکعب یا
ح = ۳٫۱۴۱۶ میلیمتر مکعب × ۷۶۸۰۰۰ = ۲۴۱۲۷۴۹ میلیمتر مکعب = ۲٫۴۱۳ دسیمتر مکعب

و وزن یک سیمتر مکعب آهن اینست ۷٫۸ کیلوگرم پس وزن ان ستون آهن اینست

ث = ۷٫۸ کیلوگرم × ۲٫۴۱۳ = ۱۸٫۸۲۱ کیلوگرم

مثال

مثال دوم میخواهیم ابعاد ظرفی را که یک لیتر با بخارات ... معلوم کنیم و این یک استوانه است که ارتفاعش مضاعف قطر قاعده اش باشد پس اینجا

ح = ۲ π ن۳ و ع = ۴ ن

و از اینجا ن = $\sqrt[3]{\frac{ح}{2\pi}}$

و چون ح = ۱ دسیمتر مکعب مقدار ن بحسب دسیمتر استخراج میشود پس

ن = $\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$ = $\sqrt[3]{0.079575}$ = ۰٫۵۴۲ دسیمتر

و بنابراین ۲ ن = ۱٫۰۸۴ دسیمتر و ۴ ن = ع = ۲٫۱۷۲ دسیمتر

و از این قرار قطر داخل لیتر باید بطول ۱۰۸ میلیمتر باشد و ارتفاع داخلش ۲۱۷ میلیمتر

فقره دوم در مخروط

۱۱۷ تعریف مخروط مستدیر قایم س ۹۳ جلیست

متولد میشود از مثلث قایم الزاویه س ه ا میدود یکی از دو ضلع زاویه قایمه که ساکن و محور فرض میکنیم و نقطه س راس مخروط است و

س ۹۳

و دایره مرسوم اب که بدوران ضلع ه ا متولد شده قاعده مخروط
است و ضلع ساکن س ه ارتفاع یا محور او است و بالجمله ضلع س ا که
مصوّر سطح جانبی است مولد آن در سایر اوضاعش مثل س ب باز مولد
است

۱۱۸ سطح جانبی مخروط مستدیر قائم معادل است با حاصل ضرب محیط قاعده اش در نصف مولدش

بدین صورت سطح جانبی مخروط = ۲ π ۱۵ × $\frac{۱س}{۲}$ = π .ن. م

و م علامت مولد است

چرا که اگر مخروط را (شکل ۹۴) در طول مولدش س ا ببریم و سطح مخروط را بر صفحه باز کنیم گسترش آن قطاعی میشود مثل س ا ا' که شعاعش همان مولد مخروط است و قوس ا ا' مساوی است با محیط قاعده اگر اینجا را است نداده پس چون رجوع کنیم به ... چنین میشود

سطح جانبی مخروط = قوس ا ا' × $\frac{اس}{۲}$ = ۲ π ن × $\frac{اس}{۲}$

تنبیه تمام سطح مخروط مساوی است با سطح جانبی آن بعلاوه دایره قاعده آن یعنی با

π ن م + π ن² = π ن (م + ن)

مثال برج مستدیری داریم که سقف آن را مخروطی ساخته اند و قاعده مخروط بشعاع ۷ متر است و مولدش ۱۲ متر میخواهیم آن را آهن پوش کنیم چند متر مربع آهن لازم است س = ۱ متر مربع × π × ۷ × ۱۲ = ۳٫۱۴۱۶ متر مربع × ۸۴ = ۲۶۳٫۹ متر مربع

۱۱۹ حجم مخروط مستدیر قائم مساوی است با ثلث حاصل ضرب قاعده اش در ارتفاعش

چرا که مخروط مستدیر را میتوان هرمی فرض نمود که محیط قاعده اش اضلاع بیشمار خیلی کوچکی باشد پس

حجم مخروط = $\frac{۱}{۳}$ π ن² × ع

مثال قیف بلوری داریم بعمق ۲ر۱ دسیمتر و بقطر ۸۴ر۰ دسیمتر گنجایش آن مطلوب است

ح = ۱ دسیمتر مکعب × $\frac{۱}{۳}$ π × ۲ر۱ × ۴۲ر۰² = ۱ دسیمتر مکعب × π × ۴ر۰ × ۴۲ر۰²

ح = ۳٫۱۴۱۶ دسیمتر مکعب × ۰۷۰۵۶ر۰ = ۲۲۱۷ر۰ دسیمتر مکعب

فقره بیستم در مخروط ناقص

۱۲۰ تعریف مخروط ناقص متوازی السطحین (شکل ۹۵) قطعه ایست از مخروط تام واقع مابین دو مقطع متوازی ه ا ب ر

آنکه دو قاعده جسم محسوب میشوند و فاصله مابین آنها ارتفاع او است

مخروط مستدیر ناقص قائم متولد میشود بدوران ذوزنقه اه آ'ه' دور ضلع اه که محور او است و ضلع ا ا' مولد است

س ۹۵

۱۲۱ در سطح جانبی مخروط ناقص و مساحت آن

مساحت سطح جانبی مساوی است با نصف مجموع دو محیط دو قاعده‌اش ضرب در طول مولد باین صورت

سطح جانبی $= \frac{۲\pi ن + ۲\pi ن'}{۲} \times م = \pi (ن + ن') \times م$

و در مساحت تمام جوانب مخروط ناقص باید بر سطح جانبی مذکور بیفزائیم سطح دو دایره قاعده را باین صورت

سطح تمام $= \pi ن م + \pi ن' م + \pi ن^{۲} + \pi ن'^{۲}$ وآن باینصورت بیان میشود

سطح تمام $= \pi \{ ن (م + ن) + ن' (م + ن') \}$

مثال دیواری ساخته شده بشکل مخروط ناقص که ده متر قطر قاعده او است و نه متر قطر سطح بالای آن و ۲۵ متر طول ضلع آن مجموع مساحت بدنه آنرا حساب کنیم

سطح جانبی $=$ ۱ متر مربع $\times \pi \times (۵ + ۴٫۵) \times ۲۵ =$ ۱ متر مربع $\times \pi \times ۹٫۵ \times ۲۵$

یا سطح جانبی $= ۳٫۱۴۱۶$ متر مربع $\times ۲۳۷٫۵ = ۷۴۶٫۱۳$ متر مربع

۱۲۲ تنبیه گسترش سطح جانبی مخروط ناقص س ه عبارتست از تفاوت مابین دو قطاع س ا ح و س ا' ح' و از ذوزنقه مستدیر میگویند و سطح حباب لامپ که نور افکن گویند بعینه مخروط ناقص است پس اگر بخواهیم نور افکن کاغذی بسازیم باید دو ذوزنقه کرده به ترتیب بهم وا نزدیک کنیم بطوری که دو قاعده اش مستدیر شوند

س ۹۶

۱۲۳ در حجم مخروط ناقص و آن معادل است با سه مخروط تام که همان ارتفاع ناقص باشند و قواعد آنها یکی قاعده تحتانی باشد و دوم قاعده فوقانی و سوم واسطه در نسبت مابین این دو قاعده و از این قرار

$ح = \frac{ع}{۳} \left(\pi ن^{۲} + \pi ن'^{۲} + \sqrt{\pi ن^{۲} \times \pi ن'^{۲}} \right)$ و چون

$\sqrt{\pi ن^{۲} \times \pi ن'^{۲}} = \sqrt{\pi^{۲} ن^{۲} ن'^{۲}} = \pi ن ن'$ پس

$ح = \frac{ع}{۳}(\pi ن^{۲} + \pi ن'^{۲} + \pi ن ن')$ و چون

π را عامل مشترک قرار دهیم

$ح = \pi \frac{ع}{۳}(ن^{۲} + ن'^{۲} + ن ن')$

بغیر این صورت درست موافق است با اندازه مساحت هرم ناقص چرا

که مخروط ناقص را میتوان هرم ناقصی انگاشت که وجوه جانبیش بشمار

(یعنی لایتناهی است) خیلی کوچک باشند

مثال میخواهیم گنجایش ابزری را که بشکل مخروط ناقص باشد معلوم

کنیم و ابعادش اینست ن = ۳ متر، ن' = ۲٫۷۵ متر و ع = ۲٫۸۲ متر

و چون بجای حروف فوق ستون این اعداد را قرار دهیم چنین میشود

$ح = \frac{۲٫۸۲}{۳}$ متر مربع × ۳٫۱۴۱۶ (۹ + ۷٫۵۶۲۵ + ۸٫۲۵ = ۰٫۹۴ متر مربع

و ان با این صورت در آید

ح = ۰٫۹۴ متر مربع × ۳٫۱۴۱۶ × ۲۴٫۸۱۲۵

ح = ۷۳٫۲۷۴ متر مربع

فصل چهارم

در کره و سطح آن و حجم آن

۱۲۴ **تعریف** اولا کره (س ۹۷) جسمی است محدود بسطحی منحنی

که جمیع نقاط آن بیک فاصله باشند از نقطه درونی که مرکز گویند

کره را میتوان بوجود آورد از دوران نصف دایره ا ب بدور قطرش

اب که در حکم محور ثابتی است

ثانیا شعاع عبارتست از خط راست واصل ما بین مرکز و نقطه

مفروضه بر سطح کره هر کجا باشد و جمیع اشعه کره برابر طول اند

قطر یک خطی است که بمرکز گذشته و از دو طرف منتهی گشته بسطح کره

ثالثا هر مقطعی که در سطح کره حادث شود از سطحی مستوی که بمرکز

گذشته باشد دایره است بمرکز کره و بطول شعاع کره و هر کدام را

دایره عظیمه گویند

رابعا هرگاه مستوی کره را قطع کند اما بمرکز نگذشته باشد

مقطعش باز دایره است لیکن شعاعش کوتاه تر است از شعاع کره و آنرا

دایره صغیره گویند

در انضمن که نصف دایره اب حول آن میگردد نقطه ح که بفاصله ۹۰ از

دو نقطه ا و ب دور است دایره عظیمه ط م ک را رسم میکند که استوا و

معدل النهارش گویند نقطه ح که بصفتی باشد دایره

رسم میکند **صغیره** ح د موازی با استوا که مدارش گوییم

(و این مورد اگر کره جغرافی حاضر باشد از آنکه بدور حول خط قطبین

دوران میدهند مقدمات مذکور خوب واضح میشود و در آنجا

خواست تعریف دو رشته از طول و عرض جغرافی هم بنمایند)

١٢٥ در حساب سطح کره و آن مساوی است با چهار برابر سطح دایره عظیمه اش

سطح کره = ٤ π ن٢

مثال بالون (فانوس هوائی) کروی است به ١٠ متر شعاع میخواهیم سطح پوشش

از بدانیم چند متر مربع است یعنی چقدر پارچه لازم است ما را برای پوشش آن بنا بر آنکه بدانیم وقت برش پارچه ها

برینه ها بقدر یک ثلث پارچه تلف میشود و در حقیقت میرود

س = ١ متر مربع × ٤π × ١٠٠ = ٤٠٠ × ٣٫١٤١٦ متر مربع = ١٢٥٦٫٦٤ متر مربع

و ثلث آن است ٤١٨٫٨٨ متر مربع پس مساحت پارچه که باید بخرید در پوشش

بالن این است

١٢٥٦٫٦٤ متر مربع + ٤١٨٫٨٨ متر مربع = ١٦٧٥٫٥٢ متر مربع

١٢٦ در حجم کره مساحت حجم کره مساوی است با حاصل ضرب سطحش در ثلث

شعاعش با این صورت مساحت حجم کره = ٤ π ن٢ × ١/٣ ن = ٤/٣ π ن٣

و این حجم را از روی قطرش هم میتوان معلوم کرد

ن = ق/٢ و ن٣ = ق٣/٨

پس صورت مذکور چنین شود

حجم کره = ٤/٣ . π ق٣/٨ = ١/٦ π ق٣

مثال

مثال کلوله های گردی که قدیم برای توپخانه پیاده استعمال میکردند قطرش ١٫٦٧ دسیمتر بود حالا میخواهیم وزن کلوله را بدانیم

بنا بر آنکه ثقل مخصوص سرب چنین باشد ١١٫٣٥

حجم کلوله بحساب سانتی متر مکعب چنین میشود

١/٦ π × ١٫٦٧٣ = ٣٫١٤١٦/٦ × ٤٫٦٥٧٤٦٣ یا

٠٫٥٢٣٦ دسیمتر مکعب × ٤٫٦٥٧٥ = ٢٫٤٣٨ دسیمتر مکعب

و چون وزن یک سانتی متر مکعب سرب است ١١٫٣٥ کرم وزن

کلوله چنین میشود

١١٫٣٥ کرم × ٢٫٤٣٨ = ٢٧٫٧ کرم

امثله مشق

اول در حساب کنجایش باده حجم چند

١٢٧ اینکونه حجم ها هم عضو انعام میدند وجر افقی س ٩٨

ا ب ج د و ا' ب' ج' د' که هر دو مربع

مستطیل اند و در مرکزشان

واقع است بر خط قائم

وجوه جانبیشان دو ذنقه های

متساوی الساقین اند

س ٩٨

بود متشابه
و باید این نکته را ملتفت بود که این گونه اشکال در حجم همانند هرم
ناقص مربع القاعده باشند چرا که اگر وجوه جانبی را امتداد میدادیم
دو وجه اب اَبَ دح دَحَ دلالی شان مقابل اند و نابی دیگر را قسم
شد و چنین شکلی منتهی بنقطه راس نمیشود بلکه بیالی منتهی
گردد

و اندازه حجم چنین شکلی باسانی معلوم میشود
در این صورت که ارتفاع ع
مسطح باشد با ابعاد دو قاعده اسفل
اب را د و اَبَ وَ اَدَ چرا که بسطح
قطری ح دَ اَبَ س ۹۹ حجم ما
قسمت میشود بسه منشور
مثلث القاعده ابح دَ اَبَ و حَ
دَ اَبَ حَ دَ که را از جستا کردن

س ۹۹

انها را ایلت رسیم پس مقطع مستقیم م ن ل ک را عمود بر یال های اب وح د و اَبَ
و حَ دَ رسم میکنیم تا دو نقطه بدست اید که دو قاعده اش اینست

م ن = اد و ل ک = اَدَ

وارتفاع

وارتفاعش برابر ع است و بسطح قطری ح دَ اَبَ بدو قسمت
شود برد و مثلث م ن ل و ن ل ک که اندازه سطوحشان این است

(ن ۲ × ع) / ۲ = (اد × ع) / ۲

(ل ع × ع) / ۲ = (اَدَ × ع) / ۲

و چون بمنشور (س ۱۲) رفتار کنیم چنین میشود

حجم اب ح د اَبَ = (اد × ع) / ۲ × (اب + ح د + اَبَ) / ۳ = ع/۶ × اد (۲ اب + اَبَ)

حجم ح د اَبَ حَ دَ = (اَدَ × ع) / ۲ × (اَبَ + حَ دَ + ح د) / ۳ = ع/۶ × اَدَ (۲ اَبَ + اب)

پس اندازه حجم کل چنین میشود

ع/۶ × { اد (۲ اب + اَبَ) + اَدَ (۲ اَبَ + اب) }

و این بدین معنی است که باید اول دو حاصل ضرب ما بین اینها را جمع نمود
و بعد ضرب کرد در ع/۶

مثال عددی فرض میکنیم که ابعاد قاعده تحتانی چنین باشد

اب = ۱٫۳۰ متر و اد = ۰٫۸۵ متر

و ابعاد قاعده فوقانی چنین اَبَ = ۰٫۸۰ متر و اَدَ = ۰٫۵۰ متر

و ارتفاع ناوه چنین باشد ع = ۰٫۶۰ متر وانوقت

۲ اب + اَبَ = ۲٫۶۰ + ۰٫۸۰ = ۳٫۴۰

۲ اَبَ + اب = ۱٫۶۰ + ۱٫۳۰ = ۲٫۹۰

اد (٢ اب + اَبَ) = ٠٫٨٥ × ٣٫٤٠ = ٢٫٨٩

اَدَ (٢ اَبَ + اب) = ٠٫٥٠ × ٢٫٩٠ = ١٫٤٥

جمع ٤٫٣٤

حجم = [illegible] × ٤٫٣٤ = ٠٫٤٣٤ متر مکعب

دوم حجم مصالح بنائی عمارات

٢٨ احجام ابنیه غالب بشکل متوازیة الوجوه تمام است و اندازه گرفتن آنها آسان است و اگر اتفاقا بعضی دیوارها مثل چینه کشی دیوار یخچال و باغ مایل باشد باید به منشورها منحل نمود یا منشور ناقص مثلث القاعده رفتار نمود و مثال ذیل یکی از امثله خیلی مرکبه این نوع اعمال است که بنا اتفاق می افتد

مسئله دو دیوار چینه شکل داریم س ١٠٠ بیک مقطع که برآورد قائمه بهم یکدیگر تکیه کرده اند و قاعده فوقانی و تحتانی هر کدام افقی است و فاصله شان یعنی ارتفاع هر دیواری ١٢٫٥٠ متر است وجوه جانبی آنها قائم است مگر وجه درونی که مایل ساخته شده و طول دو دیوار در جوف زاویه و در پایه مثل ابتسم ١٤ متر

و ٤٫١١ متر و کلفتی دیوار در بالا به مثل ٠٫٨٠ متر است و در پایه مثل ٢٫٥٠ متر و غرض تعیین حجم این دو دیوار است

جواب اگر بخیال وجه [illegible] یکی از دو دیوار را امتداد دهیم تا منتهی شود بسطح قائم از دیوار دیگر آنوقت می‌بینیم که حجم مطلوب تجزیه شده است به دو منشور یکی منشور ناقص مربع القاعده اب ح [illegible] و دیگر منشور قائم [illegible] و مقطع مستقیم [illegible]

از این دو منشور دومی [illegible] م ن ل [illegible] است که دو قاعده اش بطول مقطع ٢٫٥٠ و [illegible] متر است وارتفاعش ١٢٫٥٠ متر و محض [illegible] توضیح این مقطع قائم را دوران داده ایم بدور ل ک تا بر سطح افقی فرود آمده اما عقب ترش را [illegible] داده ایم در خارج تا [illegible] شکل

و حجم اول تقسیم شده است به دو منشور ناقص مثلث القاعده که قاعده یکی م ن ل است و قاعده دیگری م ل ک و سابق ذکر نمودیم که حجم منشور ناقص مساوی است بحاصل ضرب مقطع قائم آن در ثلث مجموع یالها

وچون طول هر کدام از دو نابل او وحرا بهشت

$$۱۱٫۶ + (۲٫۵ - ۱٫۸) = ۱۱٫۶ + ۰٫۷ = ۱۲٫۳ \text{ متر}$$

مقدار حجم منشور مثلث القاعده ناقص اول چنین میشود

$$\frac{۱٫۸}{۲} \times ۱۲٫۵ \times \frac{۲ \times ۱۲٫۳ + ۱۱٫۶}{۳}$$

یعنی $۰٫۳ \times ۱۲٫۵ \times ۳۶٫۲ = ۱۳۵٫۷۵$ متر مکعب

واما منشور ناقص مثلث القاعده دوم که قاعده اش مثلث است

مقدار حجمش چنین میشود

$$\frac{۲٫۵}{۲} \times ۱۲٫۵ \times \frac{۲ \times ۱۱٫۶ + ۱۲٫۳}{۳}$$ یعنی

$$۱٫۲۵ \times ۱۲٫۵ \times \frac{۳۵٫۵}{۳} = ۱۸۴٫۸۹۶$$ متر مکعب

وحجم منشور قائم مربع القاعده اش چنین است

$$۱ \text{ متر مکعب} \times \frac{۲٫۵ + ۱٫۸}{۲} \times ۱۲٫۵ \times (۱۸٫۴ + ۲٫۵)$$

ویا خلاصه $۱ \text{ متر مکعب} \times ۲٫۱۵ \times ۱۲٫۵ \times ۲۰٫۹ = ۵۶۱٫۶۸۷$ متر مکعب

وازاین قرار حجم کل مصالح منظور چنین میشود

۱۳۵٫۷۵ متر مکعب + ۱۸۴٫۸۹۶ متر مکعب + ۵۶۱٫۶۸۷ متر مکعب

یعنی مساوی است با ۸۸۲٫۳۳۳ متر مکعب

سیم در حجم تنه درخت

۱۲۹ حجم تنه درخت افتاده را دانستن حجم ساقه تنه

درخت

درخت لازم میشود تا آنکه بتوانیم درست معلوم کنیم مقدار الوارها یا تخته هایی چهار پهلو که باره کنده میتوان از این تنه پیدا نمود و در قطر های افتاده را با پهلو روی در وسط طولش اندازه بگیرند و از این اندازه ساق را استوانه شکل محسوب میدارند واین رسم معمول و مجری است همه جا

مثال ساق درختی را ۵۲ سانتیمتر قطر وسط است و چهار متر طول میخواهیم حجمش را معلوم کنیم

$$\text{حجم} = ۱ \text{ متر مکعب} \times \pi \times ۰٫۲۶^۲ \times ۴ =$$

$$= ۳٫۱۴۱۶ \text{ متر مکعب} \times ۰٫۰۶۷۶ \times ۴ = ۰٫۸۴۹۵ \text{ متر مکعب}$$

۱۳۰ حجم درخت سرپا را اندازه گرفتن حجم ستون درخت با پهلو قطر پائین آن از نزدیک کف زمین اندازه گرفت بلکه ۱٫۳ متر از زمین بالا اندازه بگیرند چونکه پای درخت اغلب بی نظام و از اندازه خارج است زیرا بعضی شکافها و غده ها

وحجم ساق درخت بزرگتر از مخروط و کوچکتر است از استوانه که همان ارتفاع باشد و بقطر قاعده درخت و از روی تجربیات علماء(?) کرباصحان(?) و عمل تحقیق شده مبرهن گشته که

اما در جنگل از تخته اشجار معتدل النمو کرد داده وارده سالانه

۲۵ ساله مثلا (انتخاب میکنند اشجار انها را که مستعد اند
از حیثیت قامت و از حیثیت بنا زکردن چارپای نمو ما بقی) حجم ساق و تنه
درخت جنگلی برابر است با ۰٫۸۰ صدم حجم استوانه که بهمان ارتفاع
باشد و بهمان قطر تحتانی ۰٫۸ پس

حجم = ۰٫۸۰ × π × ن² ع

و ثانیاً در جنگل از ریشه اشجار سریع النمو که اعمار شان بیش از ۲۰
سال باشد الحجم بقدر ۰٫۷۵ حجم استوانه است پس درین حالت

حجم = ۰٫۷۵ × π × ن² ع

ثالثاً در جنگل انبوه که اشجار بلوط و پر برگ و امثال آن داشته باشد
حجم مطلوب بقدر ۰٫۷۰ استوانه است

حجم = ۰٫۷۰ × π × ن² ع

چهارم در حجم پیپ چلیک

۱۳۱ اندازه گرفتن اندازه درست گنجایش پیپ یکی از مسائل
خیلی مفید است در امور زندگانی اما نمیشود بدقت این
اندازه را معلوم کرد بسبب چنبدک ترکها که خیلی مشکل است
بتوان بدقت انها را تحدید نمود چرا که عادة قد چنبدک بحسب اختلاف
امکنه فرق میکند و دستور است نزدیک به واقع که برای پیپ های دیگر

مقرر شده همین که مکان تغییر کرد و حد به پیپ بهم خورد دیگر
در توبهم نمیباشد و مطابق جواب در نمی اورد و حالا دستور العمل
میباشد هم برای که فقط اندازه های الا در پیپ حسابی که ما را بدقت برسانند

۲۸٫۲۵
۲۹٫۰۳
۳۰٫۸۸
۳۱٫۷۲
۳۲٫۴۰
۳۲٫۶۸
۳۳٫۰۰

بحجم پیپ محدود و معینی (ش ۱۵۱)
فرض میکنیم که هر دو کعب
(قاعده) پیپ دایره صحیح کامل باشد
و محورش خطی که واصل
مابین دو مرکز دو قاعده
پس اگر سطحی منسوب بر محور
بکنیم سطح داخلی پیپ را
قطع کند بخط منحنی که
از آن منحنی مولد کوئیم چرا که در دوران هم بدور محور پیپ
بعینه سطح منحنی جانبی از آن تشکیل میکند پس حجم مطلوب همین حجم
احداث شده صرف نظر از بی نظامیهای شکل بعضی پیپ ها رسیم

۱۳۲ در ابعاد اندازه گرفتنی اولاً طول پیپ عبارت است
از فاصله ما بین دو کعبش که از داخل گرفته باشیم و آن مساوی است با
طول تمام ظرف باستثنای دو برابر برآمدگی ترکها و کلفتی هر دو کعب

دوم دهلیز ظرف برآمدگی است که ترتیب شد هند در نزدیکی
سوراخ پیپ و راه تحصیل نظر در روی آن دهلیز این شکل عصارا
قائم وارد کنید از سوراخ پیپ در انضمام کلفتی یک ترک دارد باید نشان داد
ستم قطرهای کاین زود بدست میاید و خوبست در این عمل طول هر
دو قطر عمود بر هم را اندازه بگیرند تا اگر تفاوتی دارند واسطه آنها را
که نصف مجموع باشد بگیرند

و در آن پیپ ها که طوق آهن دارند میتوان با متر مضاعف نواری
محیط ظرف را بفاصلهای مختلف نسبت بسوراخ اندازه گرفت تا قطرهای
خارجی آنها استنباط شود و بعد از هر کدام موضوع نمود مضاعف
کلفتی ترک را تا اقطار درونی مقطعهای بدست آید که عمود بر محور
در فاصلهای معین کشیده میشود

و اگر پیپ را طوقهای چوبی باشد اندازه مذکور با این اسلحه تحصیل
نمیشود اما باز بدست میاید در فاصلهای ما بین طوقها با گرفتن
اندازه کلفتی طوقها

۱۳۳ در حساب گنجایش پیپ خط اب سر ۱۰۱ منحنی مولد
پیپ باشد و اب محورش و فرض میکنیم که طولش ۷۲ سانتیمتر باشد و
ع ع ه متر قطرش باشد در دهلیز و هر دو کعب بقطر ۵۶ ه متر باشد

واز

واز این روی طول دو شعاع معین میشود

ع ع = ن = ۳۳ سانتیمتر

ا ا = نه = ۲۸٫۲۵ سانتیمتر

بعلاوه ما نصف طول پیپ را که با این اندازه است

$\frac{ا ب}{۲} = \frac{۷۲ \text{ سانتیمتر}}{۲} = ۳۶$ سانتیمتر

برش چوب متساوی قسمت نموده ایم و محیط هر پنج مقطع ما بین را
اندازه گرفته ایم و شعاعهای آنها را چنین یافته ایم

ر ر = ۳۲٫۶۸
ه ه = ۳۲٫۴
د د = ۳۱٫۷۲
ح ح = ۳۰٫۸۸
ب ب = ۲۹٫۶۸

واز روی این اندازه ها میتوان گنجایش پیپ را معلوم کرد
و ظاهر است که انجم مسلوب بنیاد و برابر مجموع حجمهای شش مخروط
ناقص ذیل

اا بب ، بب حح ، حح دد
دد هه ، هه رر ، رر عع

که ارتفاع هر یک ع سانتیمتر است و این حجمها را بحساب سانتیمتر مکعب از
روی شش بیان ذیل استخراج میکنیم

$$\frac{۶\times\pi}{۳}(۲۸,۲۵^{۲}+۲۹,۶۸^{۲}+۲۹,۶۸\times۲۸,۲۵)=۲۵۱۷\times\pi۲$$

$$\frac{۶\times\pi}{۳}(۲۹,۶۸^{۲}+۳۰,۸۸^{۲}+۳۰,۸۸\times۲۹,۶۸)=۲۷۵۱\times\pi۲$$

$$\frac{۶\times\pi}{۳}(۳۰,۸۸^{۲}+۳۱,۷۲^{۲}+۳۱,۷۲\times۳۰,۸۸)=۲۹۳۹\times\pi۲$$

$$\frac{۶\times\pi}{۳}(۳۱,۷۲^{۲}+۳۲,۴^{۲}+۳۲,۴\times۳۱,۷۲)=۳۰۸۴\times\pi۲$$

$$\frac{۶\times\pi}{۳}(۳۲,۴^{۲}+۳۲,۶۸^{۲}+۳۲,۶۸\times۳۲,۴)=۳۱۷۷\times\pi۲$$

$$\frac{۶\times\pi}{۳}(۳۲,۶۸^{۲}+۳۳^{۲}+۳۳\times۳۲,۶۸)=۳۲۳۵\times\pi۲$$

وچون این بیاناترا جمع کنیم و قسمت کنیم بر ۱۰۰۰ مضاعفات جمع را مقدار گنجایش مطلوب بحسب لیتر چنین میشود

$$\frac{\pi۴}{۱۰۰۰}(۲۵۱۷+۲۷۵۱+۲۹۳۹+۳۰۸۴+۳۱۷۷+۳۲۳۵)$$

وچون اعداد ما بین دو معترضه را جمع کنیم چنین میشود

$$۱۷۷۰۳\times\frac{\pi۴}{۱۰۰۰}$$

واز این قرار حجم پیپ چنین میشود

۲۲۲,۵ لیتر

این جواب باندازه قلیلی کمتر از گنجایش واقعی است چرا که ما در عوض منحنی خط منکسری اختیار کردیم مثل اب ج ده ح ... وحجمی که از این خط شکسته تولید شود بعد از دوران بدور محور ظرف اندکی کوچکتر از آن حجمی که بحرکت منحنی اب ح ... تولید شود و هر گاه مقدار مقطعها

بیفزائیم

بیفزائیم البته اندازه تقریب ضعیف میشود اما در عملیات به ۵ مقطع اکتفا میکنند و بس است

۱۳۴ **تنبیه اول** اگر اشعه ب ب' و ح ح' و د د' ... را از روی خود ظرف اندازه نگرفته باشیم میتوان بسهولت از روی شکل هندسی معلوم نمود پس طول قطر ا ا' ۷ سانتی متر میگیریم و بدو نقطه ا و ا' دو عمود ا ا' و ع ع' برابر ۲۸,۲۵ سانتی متر حمل میکنیم و بعد بر وسط فاصله ا ا' عمود ح ح' را برابر ۳۳ سانتی متر وارد میسازیم و بعد بعد ستاره ز میکه دو سر اش را بنقاط ا و ح و ع میگذرانیم خط منحنی با اعداد دیگر کار ستاره حمیله که وضعش عمود است بر صفحه کاغذ رسم میکنیم و اندازه اختلاف محسوسی با آنچه از کار بهتر است و اوقات از روی این ورق میتوان فاصلهای ب ب' و ح ح' و د د' را اندازه گرفت که مستقیما از روی خود ظرف ممکن نمیشد و نقشه که عینا ابعاد دیگر با یک خمس ابعاد طبیعی باشد بهتر کافی ابعاد لازمه را دست میدهد

۱۳۵ **تنبیه ۲** ابعاد چلیک را وقتی اندازه گرفتیم البته تقریبا نتیجه دست میدهد که از محیط متر بهتر است و از این نسبت مقدار حجم آن شبیه ونزدیک بزرگ واقع شود حال فرض میکنیم که چلیک

استوانه شکل باشد و شعاع قاعده‌اش ۳۰ سانتی‌متر باشد و
ارتفاعش ۷۲ سانتی‌متر حجم واقعی چنین استوانه اینست

$$\pi \times ۳۰{,}۱^{۲} \times ۷۲$$

حال چنین میانگاریم که در اندازه گرفتن شعاع قاعده بقدر یک میلی
متر تقریب واقع شده باشد و شعاع را ۳۰ سانتی‌متر گرفته باشیم
پس حجم مطلوب بحسب سانتی‌متر مکعب چنین می‌شود $\pi \times ۳۰^{۲} \times ۷۲$
و اختلافی که بسبب این تقریب عارض می‌شود هم چنین است

$$۷۲ \times \pi \, (۳۰{,}۱^{۲} - ۳۰^{۲}) = ۷۲ \times \pi \times ۶{,}۰۱$$

یعنی یک لیتر و ۳۵ صدم تقریباً

موافق شرح مذکور در امثال این اعمال ممکن نیست که تقریب از دو
سه لیتر کمتر شود علاوه بر آن چون در ساختن چلیک بعضی بی‌نظامیها
زیاد اتفاق می‌افتد که نباید در محاسبه حجم شان متوقع دقتکاری
زیاد بود که توقع حد این گونه موارد داشت و لهذا امروز بعضی دستورات
مختصره سریع العمل و پسندیده مختار و معمول به کرده‌اند که خیلی ترجیح دارند
بر دستور هندسی که ابتدا ذکر نمودیم

۱۳۶ دستورات مختلفه در تعیین حجم چلیک

اولاً اگر حدبه ترکها را چشم بپوشیم و آنرا شبیه نمائیم بدو مخروط
ناقصی

ناقصی که کعب شان بهم یک گذاشته باشند این دستور مستعمل است

$$ح = \pi \, ط \cdot \frac{ن^{۲} + نہ^{۲} + ن\,نہ}{۳}$$

اما با این قاعده مقدار حجم قدری کوچکتر از مقدار واقع می‌شود
و چون مثال سابق را با این دستور حل کنیم اندازه حجم چنین می‌شود

$$ح = ۲۱۲{,}۶ \text{ لیتر}$$

ثانیاً دستوریکه انگلیسها معمول میدارند و منسوب است و گردد
شبیه تصور کرده ابدال کنیم بمربع آنوقت مقدار حجم ما افزایش بود
چنین می‌شود

$$ح = \pi \, ط \cdot \frac{۲ن^{۲} + نہ^{۲}}{۳}$$

و این چلیک را شبیه کرده است باستوانه که شعاعش اینست

$$\sqrt{\frac{۲ن^{۲} + نہ^{۲}}{۳}} = ن\sqrt{\frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۳}\left(\frac{نہ}{ن}\right)^{۲}}$$

و با این دستور نتیجه عمل برای چلیکها قدری بزرگتر
از اندازه واقعی است در مثال سابق چنین می‌شود

$$ح = ۲۲۴{,}۴ \text{ لیتر}$$

ثالثاً دستور معمول در فرانسه اینست

$$ح = \pi \, ط \left(\frac{۲ن + نہ}{۳}\right)^{۲}$$

و اینجا چلیک را شبیه نموده‌اند باستوانه که شعاعش اینست

اینست که در دستور معمول کرده‌اند

$$\frac{۲ق + ن}{۳} = ق\left(\frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۳} \cdot \frac{ن}{ق}\right)$$

واین شعاع وسطی چلیک است

ومثال سابق چنین میشود ح = ۲۲۳٫۳ لیتر

۲ ابعاد مستوردر معلم قدیم مدرسه نظامی فرانسه دستور ذیل را وضع نموده وآن خیلی ساده است

$$ح = \pi\, ط \left(\frac{۵ق + ۳ن}{۸}\right)^۲$$

وان معمولاً در فرانسه در اندازه چلیک ها نتیجه اش با مجربه وفق میدهد یعنی با آنکه چلیک را با آب لبریز کنند

وموافق این دستور شعاع وسطی ظرف یعنی شعاع استوانه معادل است با

$$ق\left(\frac{۵}{۸} + \frac{۳}{۸} \cdot \frac{ن}{ق}\right)$$

وچون مثال سابق را از روی این دستور حل کنیم چنین میشود

ح = ۲۲۰٫۵ لیتر

۱۳۷ دستور اخیر حجم حاصل آنکه باعتقاد ما استعمال دستور (۳) و دستور (۴) بهتر است چونکه خیلی ساده اند ونتایج آنها از حقیقت کمی دور میشوند وتقریبات بهتری ... در حالیکه در دستور عملیات ناچار دست میدهد ... آن

امثله چند در هندسه فضائی

میخواهیم

۱ میخواهیم حجم قطعه آجری را معلوم کنیم که ابعادش اینست طول ۲۳ سانتیمتر عرض ۱۱ سانتیمتر ضخامت ۵٫۵ سانتیمتر واز این قطعه آجر چند عدد لازم است برای ستونی که حجمش ۲ متر مکعب باشد

۲ صندوقی داریم مکعب شکل که طول ضلع داخلش ۷۵ سانتیمتر است وعرضش ۵۰ سانتیمتر میخواهیم بدانیم که بچه ارتفاع باید آنرا پر کنیم تا حجم گنجایش ضبط یک هکتولیتر غله سنگ داشته باشد

۳ انبار غله بشکل متوازی السطوح قائمی است که منشور مثلث القاعده متساوی الساقین بشکل شیروانی سقف آنرا پوشانیده و وسعت انبار مربع مستطیلی است ا ب ج د که ضلع اب ۱۵ متر و اد = ۲۵٫۳۵ متر وکنار اسفل بام موازی ... با ارتفاع ۴٫۲۵ متر از کف زمین وبالای شیروانی با ارتفاع ۸٫۶۵ متر است از کف زمین وحالا مطلوب اینست که اولاً این حجم گندم خشک که بتوان تا سقف در اینجا گنجانید وثانیاً گنجایش ابعاد را بنابر آنکه ... سقف موازی باشد با ضلع ج د ...

۴ بزرگترین اهرام مصر را ۱۴۶ متر ارتفاع است وقاعده اش مربعی است که ضلع ۲۳۳ متر ومطلوب اینست اولاً حجم هرم وثانیاً طول دیواری که با مصالح این هرم ساخته میشود بنابر آنکه ارتفاع ... وضخامتش ...

کنیم و دیوار را با انضمام پایه و دو تیشه ۵ متر ارتفاع باشد و ۳۵
سانتی متر کلفتی

۵ پایهٔ ستونی داریم سنگ تراشیده بصورت هرم ناقص منتظم مربع
القاعده و قاعده سفلایش را ۶ سانتی متر ضلع است و ضلع قاعده
علیا ۴۵ سانتی متر است و ارتفاع ۴ متر و مطلوب است حجم آن

۶ لوله مجرای آبی است از آهن ریخته به ۲۳ سانتی متر قطر و ۲۷ میلی
متر کلفتی میخواهیم وزن یک متر طول این لوله را معلوم کنیم بنا بر آنکه
کثافت آهن ریخته ۷٫۲ باشد

۷ استوانه داریم که یک متر مکعب حجم او است و ارتفاعش برابر است با
شعاع قاعده اش میخواهیم ابعاد آن را معلوم کنیم

۸ مخروطی داریم یک متر مکعب حجم و ارتفاعش مساوی است با شعاع
قاعده اش مطلوب است اندازه ابعاد او است

۹ ظرف آبخوری داریم مخروطی شکل که ارتفاع درونیش ۹۳ میلی
متر است و قطر دهنه اش ۸ سانتی متر گنجایش او چقدر است

۱۰ ظرفی داریم مخصوص بنظم مرکب از دو استوانه که بمخروط ناقصی هم
دیگر متصل شده اند و استوانه فوقانی را ۶ سانتی متر قطر است و ۷۵
میلی متر ارتفاع و استوانه تحتانی را ۱۳ سانتی متر قطر است و ۱۵۳

میلی متر ارتفاع و ارتفاع تمام ظرف ۳۰ سانتی متر است و مقصود
گنجایش او است بحسب لیتر

۱۱ قیفی داریم بصورت مخروط ناقص که طرف تنگش منتهی شده است با استوانه
و ارتفاع مخروط ناقص ۱۶ سانتی متر است و دو قطر دو قاعده اش ۱۴
میلی متر و ۱۰ میلی متر و ارتفاع استوانه ۸ سانتی متر است و مطلوب
باشد گنجایش قیف

۱۲ دو دکش کوره را ۶ متر طول است و ۲ سانتی متر قطر و ۱ میلی
کلفتی و مطلوب است اولاً عدد دستبرهای مربع تخته آهنهائی که در ساختن
این دو دکش استعمال شده بنا بر آنکه بعرض یک سانتی متر لبهها روی هم
پرچین شده باشند و ثانیاً وزن این دو دکش بنا بر آنکه کثافت تخته آهن
۷٫۸ باشد

۱۳ دو قطر نورافکن لامپ یکی ۲۵ سانتی متر است و دیگری ۷ و طول
بالش ۴ ۱۳ میلی متر میخواهیم مساحت جانبی او را بحسب سانتی متر مربع بدانیم

۱۴ طول آب صندوقی ۱ متر است و عرضش ۶۰ سانتی متر و ارتفاعش ۷۰
و از آب کرده ایم از هیمه که یک متر طول داشته باشد و ۲۰ سانتی متر
قطر که بموازات آب مرتب شده اند همه بهم چسبیده و متصل به ته صندوق
و بعلاوه اتصال هر که هیمه طبقه هیمه تحتانی اش در طول تا لب فوقانی

اوست و حال مطلوب سطولاجم صندوق و تا بناچم هیمه های که
انها کجیند و ثالثا فضاهای خالی ما بین هیمه ها و نسبت خالی بحجم مصمت

۱۵ اطفیی دار ایم بشکل مخروط ناقص که ارتفاع درونیش ۱ سانتی
متر است و قطر دهنه اش ۲۵ سانتی متر و قطر کعبش ۱۲ سانتی متر
مقصود گنجایش او است

۱۶ اکلوله خمپاره کروی شکل را ۳۲ سانتی متر قطر است کلفتی بدنش
۲٫۱ میلی متر است و مقصود وزن او است و گنجایش جوفش بنا بر انکه
کثافت چدن ۷٫۲ باشد

۱۷ ظرف جای آبی است آبخوری بشکل نصف کره و بقطر ۱۴۳ میلیمتر منظور
گنجایش او است

۱۸ نیم برجی است مرکب از نیم استوانه که سقفش تاجی است به کره ارتفاع
استوانه ۲٫۱ متر است و قطرش ۸٫۶ متر مقصود تعیین حجم نیم برج است و سطح
درونیش با انضمام نیم دایره قاعده اش

۱۹ دیگ بخار هیئت استوانه شکل که دو طرفش بدو کلاه نیم کره منتهی
شده که همان قطر است و ابعاد دیگ بخار است طول استوانه ۳٫۳ متر
قطر درونیش ۲۰ متر و منظور تعیین عده مکعب لیترهای گنجایش او
است که نصف دیگ پر بوده

۲۰ بموجب اصطلاح تفنگ شکاری را که گویند بقالب ۱۲ است یا ۱۶
یا ۲۰ موافق انکه ۱۲ گلوله یا ۱۶ یا ۲۰ گلوله لازم باشد بقطر دهنه تفنگ
تا جمعا بوزن لیور شود یعنی ۵۰۰ گرم و حال مطلوب است قطر داخلی
این هر سه تفنگ بنا بر انکه کثافت سرب ۱۱٫۳۵ باشد

ضمیمه در شکل بیضی

و ان خطی است منحنی سر بسته
که در درونش دو نقطه ثابتی
موسوم بکانون که چون دو
خط از انها وصل کنیم بنقطه از
محیط مجموع ان دو برابر باشد
با مجموع هر دو خطی که از همان دو نقطه کانون وصل نمائیم بنقطه
دیگری از محیط با این شکل بیضی صاحب دو کانون است مثلا ن و ن دو کانون
و دو قطر یکی ب ب' را طول گوئیم و محور بیضی و قطر ا ا' را اقصر و
خطوط امثال ع ا و ع ح
و ع' ا و ع' ح را هر کدام
شعاع حامل گویند و مجموع
هر دو شعاع حامل نقطه از

از محیط مثل ا ح + ا ح تا بهشت و مساوی است با قطر اطول و دو
فاصله ه ب و ه ب را شعاع الطول گوئیم و دو فاصله ه ا و ه ا را شعاع
اقصر

دستور رسم منحنی روی میز با اسباب باغبانها

بنا بر آنکه دو قطرش معلوم و مفروض باشد دو قطر ا د و ب ب را
بر وسط هم عمود میکنیم بعد با طناب باندازه نصف شعاع الطول از
مرکز ا قوسی میکشیم تا ب ب را ببرد و کانون ک و ک قطع کند انوقت
دو میخ بر دو کانون فرو میبریم و طول طنابرا باندازه قطر اطول
میگیریم و دو سرانرا بر دو میخ کانون که میزنیم و میخی بگردد طناب
میاندازیم و میکشیم و دور میدهیم تا منحنی رسم شود

دستور رسم بیضی در روی کاغذ بعمل نقطه

س ۲ دو قطر ا ا و ب ب را بر وسط هم عمود میکنیم و خط ا ب را وصل
کنیم بعد تفاوت دو شعاع را که از ... جدا میکنیم و بر وسط
... در نقطه ... عمود ... را اخراج میکنیم تا امتداد قطر اقصر را
ببرد و قطر اطول را ب ح قطع کند انوقت بمرکز ... قوس ط ب ... را
ما بین دو خط ... رسم میکنیم و بمرکز ح قوس ... را
و بمرکز ... قوس ط ب ک را تا بیضی بسته تشکیل شود و اگر چه

انحنایه بیضی قوس دایره نیست اما با این چهار قوس شکلی رسم میشود
خیلی نزدیک به بیضی واقعی

دستور مساحت سطح بیضی وان مساوی است با حاصل

ضرب طول شعاع الطول در شعاع اقصر در π مثلا شعاع
اطول را ل فرض میکنیم و اقصر را ص مساحت بیضی چنین میشود

π × ل × ص

مثال فرض میکنیم ل = ۲۴ع و ص = ۱۸ع پس سطح بیضی =
۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۹ = ۳۳۹٫۳ ذرع مربع

دستور مساحت محیط بیضی وان مساوی است با حاصل ضرب

محیط دایره که بر قطر اطول رسم شده باشد در حاصل سلسله بی
نهایه ذیل که وقت تا هشت جمله اش کافی است اختیار شود

$$۱ - \frac{ف}{۲.۲} - \frac{۳ ف^{۲}}{۲.۲.۴.۴} - \frac{۳.۳.۵ ف^{۳}}{۲.۲.۴.۴.۶.۶} - \frac{۳.۳.۵.۵.۷ ف^{۴}}{۲.۲.۴.۴.۶.۶.۸.۸} ......$$

مثال مطلوب مساحت محیط بیضی است که قطر اطولش ۲۴ع باشد
قطر اقصرش ۱۸ع

$$۱ - \left(\frac{۱۸}{۲۴}\right)^{۲} = ۱ - \left(\frac{۳}{۴}\right)^{۲} = \frac{۷}{۱۶} = ۰٫۴۳۷۵ = ف$$

جمله دوم $ب = \frac{ف}{۴} = ۰٫۱۰۹۳۸$

جمله سیم $ح = \frac{۳ ف}{۴.۴} . ب = ۰٫۰۰۸۹۷$

جملهٔ چهارم د = ح · ف۵·۳ / ۶·۶ = ۰٫۰۰۱۶۴

جملهٔ پنجم ه = د · ف۷·۵ / ۸·۸ = ۰٫۰۰۰۳۹

جملهٔ ششم و = ه · ف۹·۷ / ۱۰·۱۰ = ۰٫۰۰۰۱۱

جملهٔ هفتم ح = و · ف۱۱·۹ / ۱۲·۱۲ = ۰٫۰۰۰۰۳

جملهٔ هشتم ط = ح · ف۱۳·۱۱ / ۱۴·۱۴ = ۰٫۰۰۰۰۱

جمع این جمله‌ها = ۰٫۱۲۰۵۳

با یک از واحد تفریق شود ۱٫۰۰۰۰۰

باقی = ۰٫۸۷۹۴۷

حاصل باید این حاصل را ضرب نمود در محیط ۳٫۱۴۱۶ × ۲۴

تا بدست بیاید مساحت محیط بیضی مطلوب = ۶۶٫۳۱۰۵ ذرع

در تقسیم محیط دایره

با اقسام متساویه چند که بخواهیم تقسیم دایره را بچهار و بر هشت و بر شش و بر سه و بر دوازده قسمت در متن کتاب ذکر نموده ایم و مقصود اینجا ذکر بعضی قواعد تقریبی عملیات در تقسیم محیط بر اعداد دیگر و قواعد تقسیم هندسی دایره صحیح است و درست و لیکن وقت عمل باید دقت زیاد در اجرای اعمال باهتمام رعایت شود علاوه بر آن ترکیب آنها بسا باعث میشود که خیال و سهو در عمل میشود و قواعد

عملیه خیلی آسان تر اند و در اجرای آنها سهو و خطا کمتر اتفاق می افتد و علاوه بر آن نتایج تقریبی آنها جملی بصحت نزدیکتر است و در اکثر حالات کافی باشد

مسئلهٔ اول در تقسیم محیط دایره بر ۷ و ۹ و ۱۳ و ۱۵ قسمت متساویه

س ۳ جواب از نقطهٔ ب دو قوس ه و ح د ز را رسم میکنیم و نقطهٔ و ز را بخط وصل میکنیم پس نصف د ک ح ی باشد و نیز چهاردهم محیط است خط ک و نیز پانزدهم محیط است و نیز تقسیم ا م ۱۳ را بیابد می‌باید وصل کنیم دایره بر هفت قسمت متساوی شود

مسئلهٔ ۲ میخواهیم دایره را بر ۵ و ۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ قسمت متساوی تقسیم نمائیم س ۴

جواب شعاع را از د تا ه نقل میکنیم ونیز از ب تا ر واز نقطهٔ ر قوس

رح را رسم میکنیم واز نقطهٔ فصل مشترك این قوس وقطر حد یعنی نقطهٔ

ط خط طب را وصل میکنیم این خط وتر $\frac{1}{5}$ محیط است وح ط وتر

$\frac{1}{8}$ وطے وتر عشر وطو وتر $\frac{1}{11}$ وح ط وتر $\frac{1}{16}$

واز نقطهٔ ا قوس ے ح را رسم میکنیم

س ٥

مسئلهٔ سیم میخواهیم دایره را بر ۹ ، ۱۳ ، ۱۹ جزو متساوی قسمت کنیم

س ٦

جواب شعاع را از ب تا د

نقل میکنیم واز نقطهٔ ے دو

قوس ط و لح را رسم میکنیم

واز نقطهٔ ط قوس بك را

پس ح د وتر $\frac{1}{9}$ است و ے د

وتر $\frac{1}{13}$ و ے ه وتر $\frac{1}{19}$

مسئلهٔ چهارم میخواهیم دایره را

بر ۷ اجزو متساوی قسمت

کنیم س ٦

س ٧

جواب شعاع را از ح تا ط

نقل میکنیم واز نقطهٔ و ط

ه قوس ےط را رسم میکنیم پس قطعهٔ خارجی امتداد قطر یعنی ح ر وتر $\frac{1}{17}$ است

تنبیه در تقسیم دایره بر اعداد زوج الفرد ۱۰ و ۱۴ و ۱۸ و ۲۲

وامثال اینها همین قدر کافی است که دایره را بر افراد انصاف اینها

قسمت کنیم وخطوط بر نقاط تقسیم و بر مرکز کشیده را نیم تا بر نقاط فصول

مشترکه سمت دیگر مرکز سایر اجزاء بدست آیند وباین وجه تقریبه

عمل کرده است واجزاء اینها متساوی س ٧

وهرگاه عدد اجزاء زوج الزوج باشد کافیست که نصف محیط را قسمت

کنیم واقطار چند کشیده رانیم

مسئلهٔ پنجم میخواهیم دایره را بر عددی از اجزاء متساویه قسمت نمائیم

مثلا بر ۱۰ قسمت س ٧

جواب اولا قطر دایره را بر همان عدد

اجزاء قسمت نمائید (وبنا بر عمل

سابق اینجا بر ۵ قسمت نمائیم)

ثانیا از دو مرکز ا و ب و

بشعاع اب دو قوس ح ودرا

رسم میکنیم ثالثا بر فصل مشترك

وبر قسمت دوم خط ه ح را

س ٨

رسم کنند این قوس سبع خمس محیط است
رابعاً این قوس را از ح بر ط نقل کنند و از ط بر ی و از آنجا بر ک و از این
نقاط بر مرکز اقطار رسم کنند تا اینکه محیط بر ده جزو قسمت شود

مسئله ۶ میخواهیم قوس دایره را بر عددی از اجزاء متساوی قسمت کنیم
مطلقا مثلا بر ۹ جزو ش ۹

جواب اولا مرکز ه از قوس مفروض ب ح طلب کنید باینکه دو وتر ح د
و د ب را رسم کنید و عمودی بر وسط هر کدام اخراج کنید ثانیا قطر
ب را رسم کنید نقطه فصل مشترک آنها بعد مثل سابق (ش سابق) ثالثاً
او ... رابعا خط ح ز را وصل کنید خامسا نصف ب د قطر را بر
۹ جزو متساوی قسمت کنید سادسا از نقاط خطوطی بر نقاط
تقسیم وصل نمایید وامتدادشان دهید تا قوس مفروض را بر ۹ جزو
متساوی قسمت کنند

مسئله ۷ هرگاه عدد دایره
مجهول و وتر اب و عدد
مراتب که محیط را عاد می
کند معلوم باشد چگونه
باید مرکز آن دایره را یافت

آورد ش ۹

جواب اولاً ح د را بر وسط وتر معلوم اخراج میکنیم ثانیاً از نقطه ا
و بشعاع ا ب نقطه فصل مشترک ه را مشخص میکنیم ثالثاً خط ا ه را
رسم میکنیم و آن را بر شش جزو متساوی قسمت میکنیم لهذا ه مرکز دایره است
که اب شش مرتبه آن را عاد میکند رابعاً یکی از این اجزا را از ه بر د نقل
میکنیم و د مرکز دایره است که اب پنج مرتبه آن را عاد میکند خامساً همان
جزو را از ه بر ط نقل میکنیم و از آنجا بر ط و بر ... تا مرکز دایره‌ای که نه قسمت
را ... و غیره بدست آید

مسئله ۸ میخواهیم شکل مرغانه رسم کنیم ش ۱۰
جواب دو قطر اب و ح د را بر هم عمود میکنیم
نصف دایره ح ا د را رسم میکنیم
و از دو نقطه ح و د دو
خط بنقطه ب وصل میکنیم و امتدادشان میدهیم بعد از مرکز ح و بشعاع
ح د و از مرکز د و بشعاع ح د دو قوس ح ط و د ی را رسم میکنیم
تا با دو خط منتهی شوند ثانیاً از مرکز ب و بشعاع ب ط قوس ط ک
ی را رسم میکنیم تا شکل مرغانه ا ح ک د بدست آید تمت الکتاب بعون الله
الملک الوهاب فی شهر شعبان المعظم ۱۳۱۷

فهرس اصول هندسه ابتدائیه

فهرس اصول هندسه ابتدائیه

مسئله هرگاه یک تیغه پرکار معین بما بدهند یا پیمان پرکار بطول معین مطلوب باشد شکل مخمس متساوی الاضلاع و الزوایا با همان تیغه رسم کنیم روی کاغذ یا روی متن بر سجلو خوان و هشت عمارت بدون آنکه تغییر در وضع پرکار داده شود اولاً یک خط مستقیمی کشید بمقدار آن تیغه مانند خط اب بعد بهمین یک از دو نقطه او ب دایره رسم میکنیم تا تقاطع نمایند بر دو نقطه ج و د بعد وصل میکنیم ما بین دو نقطه ج و د را و آنرا امتداد میدهیم هم در طرف د بعد از نقطه د در خط د ج حال میکنیم ده را مساوی تیغه پرکار بعد بر دو نقطه ده رسم میکنیم دو نصف دایره که تقاطع نمایند بر دو نقطه رح بعد وصل میکنیم رح را تا تقاطع نماید با خط ه د در نقطه ط بعد وصل میکنیم اط و ب ط را و امتداد میدهیم آنها را و جدا میکنیم از نقطه ط در دو خط

مذکور بفتحهٔ پرکار مقدار طه و ط ک را بعد از آن وصل میکنیم
ا ک و ب ی را حاصل میشود سه ضلع مخمس یعنی کا اب بی
بعد از آن یکسر پرکار را بر نقطه ک میکنیم و سر دیگر را دوره
دهیم تا با خط د ل تقاطع کند بر نقطه ل و ک ل ی ل را وصل میکنیم
که این دو خط نیز دو ضلع دیگر مخمس خواهد بود

این مسئله را مرحوم عبد الرسول خان در سال ۱۲۲۷ سنه که حقیر عبد الغفار
بسن بیست سالگی نجیبا بود سؤال نمودند و جواب آنرا از فراید مذکور
استخراج نمودم

